

Научная статья

УДК 532.59
EDN: RRFJTK

DOI: 10.29039/0233-7584-2023-3-289-298

Фазовые сдвиги при встречном взаимодействии волн на мелкой воде

А. А. Родин ^{1, ✉}, Н. А. Родина ², А. Ю. Трусова ³, Е. Н. Пелиновский ^{1, 4}

¹ Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева,
Нижегород, Россия

² Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н. И. Лобачевского, Нижний Новгород, Россия

³ Нижегородский государственный лингвистический университет им. Н. А. Добролюбова,
Нижегород, Россия

⁴ Институт прикладной физики им. А. В. Гапонова-Грехова РАН, Нижний Новгород, Россия
✉ xmrarro@gmail.com

Поступила в редакцию 02.10.2022; одобрена после рецензирования 20.11.2022;
принята к публикации 09.03.2023.

Аннотация

Цель. Целью данной работы является численное исследование и описание волновых эффектов, возникающих при встречном взаимодействии одиночных импульсов различной полярности в рамках системы уравнений типа Буссинеска с учетом дисперсии в бассейне постоянной глубины.

Методы и результаты. Для моделирования сценариев взаимодействия длинных волновых импульсов применяется программный пакет *CLAWPACK*, в котором используется гибридный метод для численного решения системы уравнений, включающий метод конечных объемов и конечных разностей. Результаты сопоставляются с численными решениями, полученными ранее с помощью бездисперсионной нелинейной системы уравнений мелкой воды.

Выводы. Исследован фазовый сдвиг основной волны при взаимодействии со встречными импульсами различной полярности и показано, что фазовый сдвиг увеличивается с возрастанием амплитуды начальных импульсов. Влияние дисперсии проявляется в трансформации одиночной волны в ундулярный бор. Новизна настоящего исследования состоит в обнаружении и демонстрации таких нелинейных эффектов, как фазовые сдвиги при встречном взаимодействии длинных волн в рамках нелинейной численной модели мелкой воды, в том числе с учетом дисперсии.

Ключевые слова: длинные волны, численный эксперимент, уравнения Буссинеска, взаимодействие волн

Благодарности: представленные результаты получены при поддержке гранта РФФ 22-17-00153.

Для цитирования: Фазовые сдвиги при встречном взаимодействии волн на мелкой воде / А. А. Родин [и др.] // Морской гидрофизический журнал. 2023. Т. 39, № 3. С. 289–298. EDN RRFJTK. doi:10.29039/0233-7584-2023-3-289-298

Phase Shifts in the Counter-Interaction of Shallow Water Waves

A. A. Rodin ^{1, ✉}, N. A. Rodina ², A. Yu. Trusova ³, E. N. Pelinovsky ^{1, 4}

¹ Nizhny Novgorod State Technical University n. a. R. E. Alekseev, Nizhny Novgorod, Russia

² National Research Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod, Russia

³ Linguistics University of Nizhny Novgorod n. a. N. A. Dobrolyubov, Nizhny Novgorod, Russia

⁴ Institute of Applied Physics, Russian Academy of Sciences, Nizhny Novgorod, Russia

✉ xmrarro@gmail.com

Abstract

Purpose. The work is aimed at numerical studying and describing the wave effects arising from the counter-interaction of different polarity single pulses within the framework of the Boussinesq type equation system with regard to dispersion in a constant depth basin.

Methods and Results. To simulate the scenarios of the long wave pulse interaction, the *CLAWPACK* software package was used. It included the hybrid method for numerical solving the equation system which, in its turn, comprised the method of finite volumes and finite differences. The results were compared to the numerical solutions obtained earlier by using a non-dispersive nonlinear system of shallow water equations.

Conclusions. The fundamental wave phase shift is studied in its interaction with the counter-propagating pulses of different polarity. It is shown that the phase shift increases with the initial pulse amplitude growth. The dispersion influence is manifested in a single wave transformation into an undular bore. The study novelty consists in detecting and demonstrating such nonlinear effects as the phase shifts in the long wave counter-interaction within the framework of the nonlinear shallow water numerical model including the dispersion terms.

Keywords: long waves, numerical experiment, Boussinesq equations, wave interaction

Acknowledgments: The represented results were obtained with the support of the RSF grant 22-17-00153.

For citation: Rodin, A.A., Rodina, N.A., Trusova, A.Yu. and Pelinovsky, E.N., 2023. Phase Shifts in the Counter-Interaction of Shallow Water Waves. *Physical Oceanography*, 30(3), pp. 265-273. doi:10.29039/1573-160X-2023-3-265-273

Введение

Катастрофические волны (цунами, штормовые нагоны) представляют собой длинные волны, поэтому длинноволновые модели широко используются при изучении их распространения. Благодаря использованию законов сохранения, позволяющих учесть ударные фронты, гиперболическая система нелинейных уравнений мелкой воды стала стандартной математической моделью для моделирования распространения и наката длинных волн цунами в прибрежных зонах [1–5].

Теория мелкой воды не учитывает дисперсию волн, которая, тем не менее, оказывается существенной при распространении длинных волн типа цунами на большие расстояния [6–8]. Она учитывается в рамках так называемых уравнений Буссинеска, в частности системы Грина – Надьи [9, 10]. Следует сказать, что уравнения Буссинеска не выводятся точно из исходных уравнений Эйлера. Существует много видов уравнений Буссинеска [11–13], которые применялись для решения конкретных задач в области морской гидротехники и прибрежной океанографии [8, 14, 15].

Встречное взаимодействие волн на мелкой воде изучалось в рамках «чистой» теории мелкой воды [16, 17] и уравнений Буссинеска [18, 19]. Было показано, что по сравнению с линейной теорией нелинейность приводит к большему увеличению высоты волны в момент столкновения, особенно при взаимодействии солитонов почти предельной амплитуды. Эффекты сдвига фаз при взаимодействии нелинейных волн при этом не рассматривались. Данная работа посвящена численному исследованию и описанию волновых эффектов, возникающих при встречном взаимодействии одиночных импульсов различной полярности в рамках системы уравнений типа Буссинеска с учетом дисперсии в бассейне постоянной глубины. Численные расчеты выполнены с помощью вычислительного комплекса *BOUSSCLAW*, решающего уравнения Буссинеска [20].

Математическая модель

В качестве исходных уравнений для анализа встречного взаимодействия волн выбрана система Буссинеска в форме, предложенной в [20]:

$$H_t + (Hu)_x = 0, \quad (1)$$

$$(1 - D)[(Hu)_t] + (Hu^2 + \frac{g}{2}H^2)_x - gHh_x - Bgh^2(h\eta_x)_{xx} = 0. \quad (2)$$

Здесь $H(x, t) = h(x) + \eta(x, t)$ – полная глубина воды; $\eta(x, t)$ – смещение водной поверхности; $h(x)$ – невозмущенная глубина воды; $u(x, t)$ – усредненная по глубине горизонтальная скорость потока; g – гравитационная постоянная. Оператор D для любых $w(x, t)$ определяется с помощью вспомогательной переменной $w(x, t)$ следующим образом:

$$D(w) = \left(B + \frac{1}{2}\right)h^2w_{xx} - \frac{1}{6}h^3\left(\frac{w}{h}\right)_{xx}. \quad (3)$$

Дисперсионный параметр B выбран равным $1/15$ [20], при этом значение линейного дисперсионного соотношения, вытекающего из уравнений Буссинеска, лучше соответствует точному соотношению для волн на воде. При $B = 0$ и $D = 0$ система уравнений (1) – (2) переходит в известную нелинейную систему мелкой воды.

Все численные эксперименты проводились с помощью программного обеспечения *CLAWPACK*, точнее – его надстройки *BOUSSCLAW* (www.clawpack.org). В вычислительном пакете *BOUSSCLAW* используется гибридный метод для численного решения системы уравнений (1) – (2), включающий метод конечных объемов и конечных разностей. В частности, используется метод конечных объемов для нелинейной части уравнений и дискретизация конечных разностей с дробными шагами для дополнительных членов, таких как члены дисперсии стандартного и более высокого порядка.

В наших расчетах использовался бассейн постоянной глубины $h = 1$ м длиной 1000 м. Граничными условиями на концах расчетной области являлись условия свободного ухода, формулируемые строго без учета дисперсии. Но фактически численный счет останавливался до момента, когда волна подходила к краю расчетной области. Величина пространственного шага составила

0,16 м, временной шаг подбирался автоматически с учетом критерия устойчивости Куранта – Фридрихса – Леви [21].

В начальный момент времени задавались один или два гауссовых импульса

$$H(x, 0) = h + A \exp[-\beta(x - x_1)^2] + A_2 \exp[-\beta(x - x_2)^2] \quad (4)$$

с длиной у подошвы ~ 120 м ($\beta = 0,002 \text{ м}^{-2}$). Импульсы разделены в пространстве ($x_1 = 150$ м, $x_2 = 350$ м). Амплитуды импульсов A и A_2 предполагаются одинаковыми по модулю, но могут различаться знаками (рис. 1). Это позволяет изучить взаимодействие волн в виде гребня и в виде впадины, при этом нелинейные эффекты для них проявляются по-разному. Скорость течения в начальный момент времени равна нулю, поэтому начальный импульс разделяется на две симметричные волны, бегущие в противоположные стороны и имеющие амплитуды, в два раза меньшие начальной. Начальные амплитуды волн A и A_2 меняются от 0,1 м (слабая нелинейность) до 1 м (сильная нелинейность).

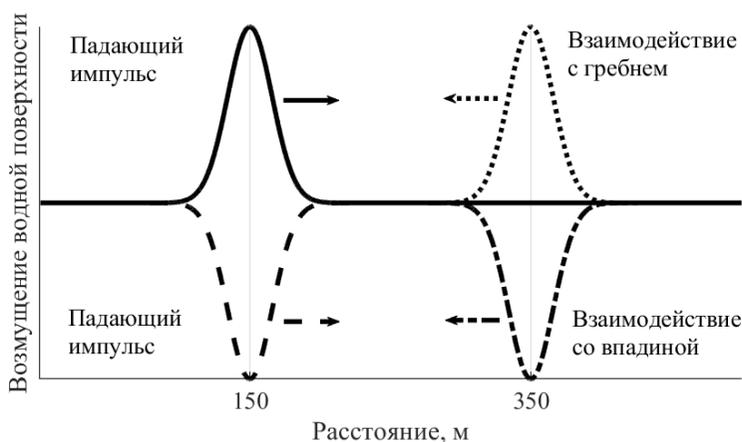
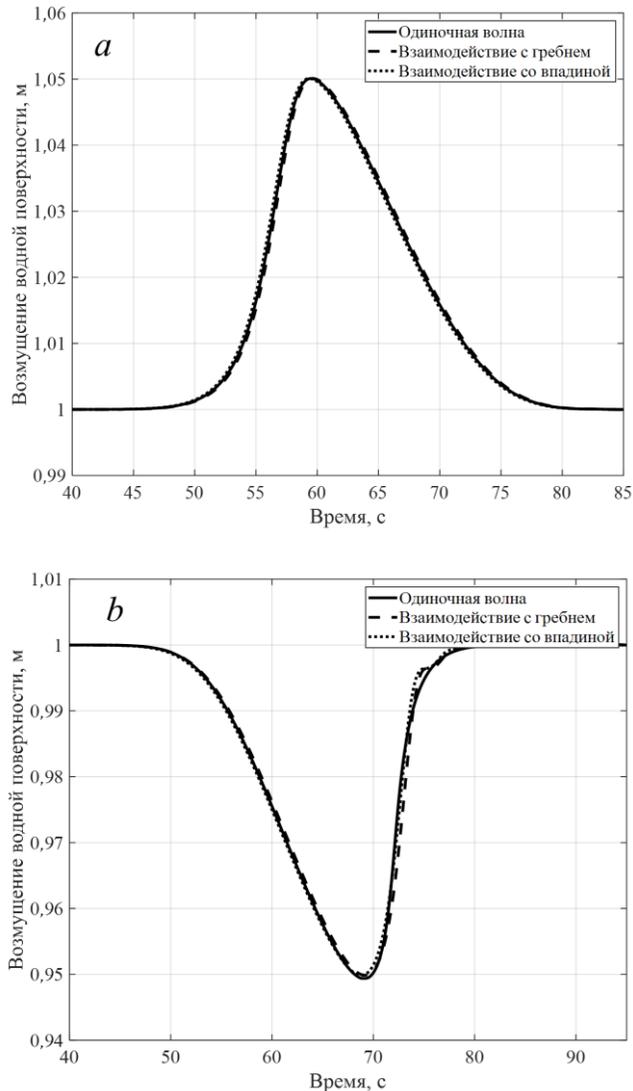


Рис. 1. Начальная форма и расположение импульсов
Fig. 1. Initial form and location of pulses

Взаимодействие волн малой амплитуды

При малой амплитуде волн (0,1 м) каждый импульс распадается на два импульса с половинной амплитудой, как это следует из линейной теории. Нелинейные эффекты являются очень слабыми, однако они за большое время приводят к искажению профиля волны (рис. 2).

Дисперсия почти не сказывается на таких расстояниях, поскольку задана достаточно длинная волна. Фазовые сдвиги достаточно слабые, так что их можно игнорировать. Между тем динамика положительного и отрицательного импульса происходит по-разному уже в пределах малой амплитуды. Как известно [22], нелинейность больше во впадине (где полная глубина меньше), чем на гребне. Поэтому гребень волны деформировался более слабо, чем подошва (рис. 2, а), в которой уже начинают проявляться осцилляции, обусловленные дисперсией.



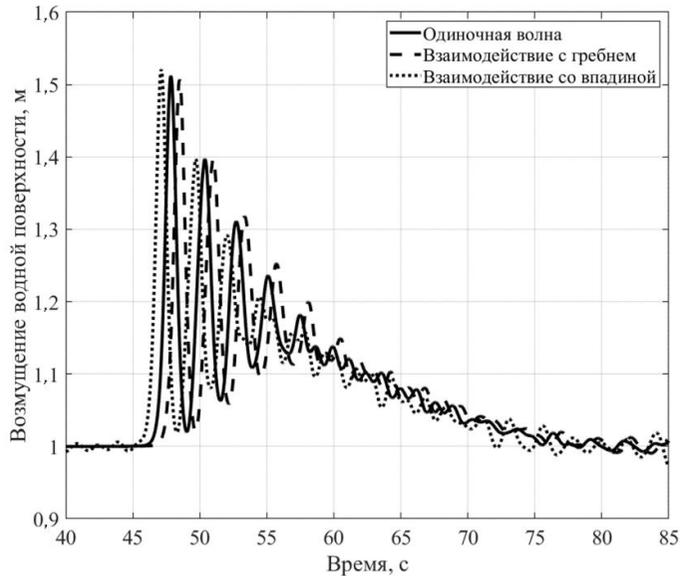
Р и с. 2. Осциллограмма волны в точке $x = 300$ м с начальной амплитудой 0,1 м при положительной (a) и отрицательной (b) полярности

F i g. 2. The wave oscillogram at point $x = 300$ m with the initial amplitude 0.1 m at the positive (a) and negative (b) polarity

Взаимодействие волн умеренной амплитуды

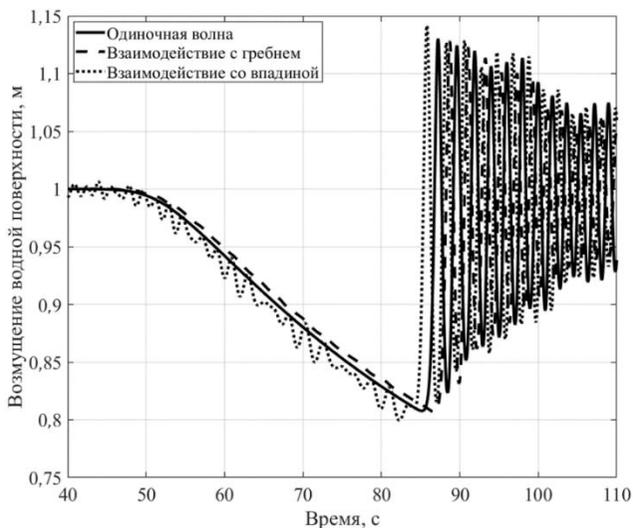
В этом эксперименте амплитуда начальных импульсов составила 0,6 м, т. е. взаимодействие происходило между двумя падающими импульсами с амплитудой, вдвое меньшей начальной. Если не учитывать дисперсию (т. е. работать в рамках нелинейной теории мелкой воды), то нелинейность приведет к образованию ударной волны и ее амплитуда будет уменьшаться. Взаимодействие ударных волн в таком случае происходит неупруго, и становятся заметными фазовые сдвиги, которые «затормаживают» падающий импульс при взаимодействии с гребнем и «ускоряют» его при взаимодействии со впадиной.

Все эти эффекты были изучены нами ранее в рамках бездисперсионной модели [22]. Дисперсионная модель показывает новые эффекты, заключающиеся в появлении больших осцилляций на теле основной волны, когда формируется так называемый ундулярный бор (рис. 3, 4) [23, 24].



Р и с. 3. Осциллограмма волны положительной полярности в точке $x = 300$ м при начальной амплитуде 0,6 м

F i g. 3. The wave oscillogram of the positive polarity at point $x = 300$ m with the initial amplitude 0.6 m



Р и с. 4. Осциллограмма волны отрицательной полярности в точке $x = 300$ м при начальной амплитуде 0,6 м

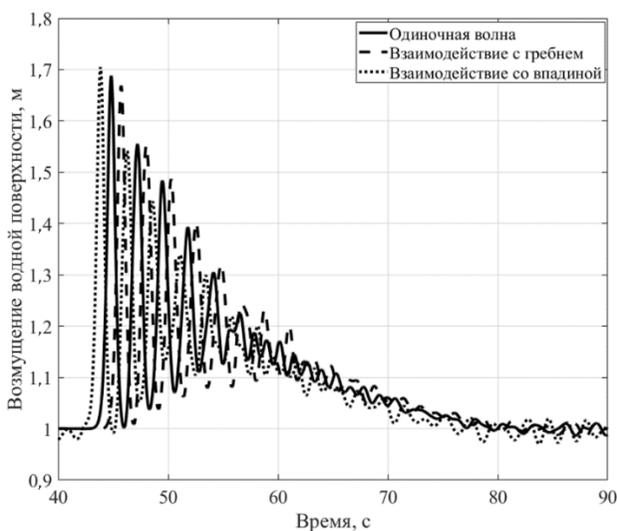
F i g. 4. The wave oscillogram of the negative polarity at point $x = 300$ m with the initial amplitude 0.6 m

На рис. 3 продемонстрированы сценарии взаимодействия падающей волны положительной полярности со встречными волнами. Здесь амплитуды главной волны в точке $x = 300$ м составили чуть более 0,5 м (0,53 м – для сценария взаимодействия со впадиной, 0,52 м – для сценария без взаимодействия, 0,51 м – для сценария с гребнем). Разница в амплитуде здесь вызвана наличием нелинейных осцилляций, остающихся в хвосте встречной волны. Фазовый сдвиг на рис. 3 составляет 0,7 с.

На рис. 4 показаны три сценария взаимодействия падающей волны отрицательной полярности со встречными волнами. Здесь, как и в предыдущем случае, видна небольшая разница в амплитудах и одновременно более отчетливо проявляются осцилляции в хвосте встречной впадины (рис. 4, пунктир до момента времени 80 с). В данном случае фазовый сдвиг между сценариями составляет 1,5 с, а амплитуда впадины во всех трех сценариях равна $\sim 0,19$ м.

Взаимодействие волн большой амплитуды

В этом случае (амплитуда начального импульса равна 0,9 м) нелинейные и дисперсионные эффекты становятся определяющими и заметны уже в начале численного эксперимента. Здесь процесс распада волны на солитоны происходит значительно быстрее (рис. 5, 6).

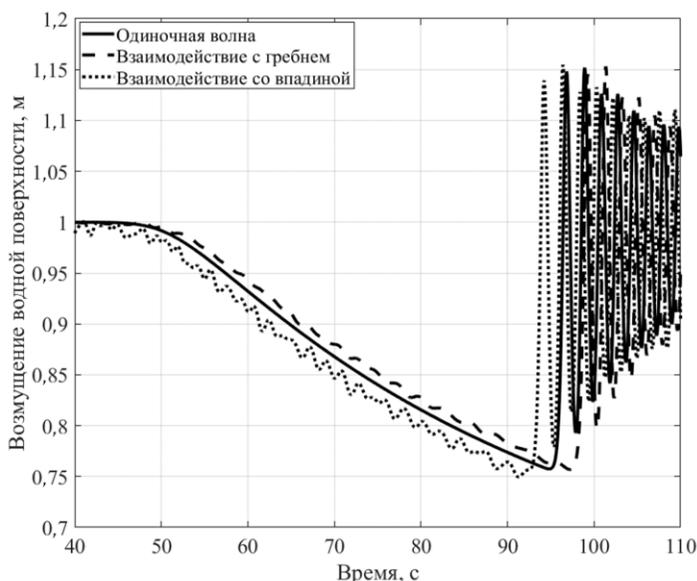


Р и с. 5. Оциллограмма волны положительной полярности в точке $x = 300$ м при начальной амплитуде 0,9 м

F i g. 5. The wave oscillogram positive polarity at point $x = 300$ m with the initial amplitude 0.9 m

Если же говорить о фазовых сдвигах при взаимодействии волн, то они оказываются качественно такими же, как и в ранее рассмотренных сценариях. Отметим, что, как и в предыдущем случае, при отрицательной полярности за импульсом «тянется» дисперсионный хвост, который оказывается впереди фронта головной волны, что и наблюдается в точке $x = 300$ м до прихода падающей волны (рис. 6). Также видны изменения в амплитудах второго и после-

дующих солитонов. В сценарии взаимодействия с гребнем амплитуды солитонов, следующих за главным импульсом, больше, чем в сценарии без взаимодействия (рис. 5), а при взаимодействии со впадиной – наоборот, меньше (рис. 6). Фазовый сдвиг для таких сценариев составил 1 с по сравнению со сценарием без взаимодействия.



Р и с. 6. Оциллограмма волны отрицательной полярности в точке $x = 300$ м при начальной амплитуде 0,9 м

F i g. 6. The wave oscillogram of the negative polarity at point $x = 300$ m with the initial amplitude 0.9 m

При взаимодействии с импульсом падающей волны отрицательной полярности (рис. 6) влияние нелинейного дисперсионного хвоста, следующего за впадиной, отражается на записи мареографа к моменту прихода данной волны (40 с от начала эксперимента). Амплитуды этих импульсов составляют $\sim 0,25$ м, при этом фазовый сдвиг равен 2,2 с.

Заклучение

В данной работе рассмотрены шесть различных сценариев распространения и встречного взаимодействия импульсов различной полярности в рамках уравнений типа Буссинеска с учетом дисперсионных эффектов. Результаты приведены для трех различных амплитуд начального импульса: 0,1, 0,6 и 0,9 м.

В первых двух сценариях задается одиночный импульс, который со временем распадается на две симметричные волны, бегущие в противоположных направлениях; в третьем и четвертом сценариях падающий импульс взаимодействует с волной положительной полярности (гребень), бегущей в обратную сторону и образованной в результате распада импульса идентичной формы и амплитуды; в пятом и шестом сценариях выполняется аналогичное взаимодействие с волновой впадиной.

Взаимодействие падающего гребня малой амплитуды с импульсами различной полярности сопровождается малыми фазовыми сдвигами (0,2 с). Взаимодействие падающей волны отрицательной полярности с гребнем и впадиной в этом случае в силу большей нелинейности приводит к появлению дисперсионных эффектов, наблюдаемых в хвосте основной волны. Фазовые сдвиги здесь также малы.

При увеличении амплитуды сильнее проявляются эффекты дисперсии, особенно для падающей волны отрицательной полярности. Фазовые сдвиги также увеличиваются. Так, для падающих волн при амплитуде 0,6 м и положительной полярности фазовый сдвиг составляет 0,7 с по сравнению со сценарием без взаимодействия, а при начальной амплитуде 0,9 м он равен 1 с.

Наиболее сильно нелинейное взаимодействие проявляется для волн отрицательной полярности, поскольку возрастает отношение амплитуды волны к локальной глубине. В сценарии с падающей волной отрицательной полярности при начальной амплитуде импульса 0,5 м фазовые сдвиги составляют 1,5 с по сравнению со сценарием взаимодействия, а при амплитуде 0,9 м они равны 2,2 с.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Стокер Д. Д.* Волны на воде. М. : Изд-во иностр. лит-ры, 1959. 618 с.
2. *Лайтхилл Дж.* Волны в жидкостях. М. : Мир, 1981. 598 с.
3. *Whitham G. B.* Linear and nonlinear waves. New York : John Wiley & Sons, 1974. 636 p.
4. *Tinti S., Tonini R.* Analytical evolution of tsunamis induced by near-shore earthquakes on a constant-slope ocean // *Journal of Fluid Mechanics*. 2005. Vol. 535. P. 33–64. doi:10.1017/S0022112005004532
5. The GeoClaw software for depth-averaged flows with adaptive refinement / M. J. Berger [et al.] // *Advances in Water Resources*. 2011. Vol. 34, iss. 9. P. 1195–1206. <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2011.02.016>
6. *Пелиновский Е. Н.* Гидродинамика волн цунами. Нижний Новгород : ИПФ РАН, 1996. 273 с.
7. *Пелиновский Е. Н.* Нелинейно-дисперсионная теория волн цунами: взгляд после катастрофического цунами в Индийском океане // *Нелинейные волны* ' 2006. Нижний Новгород : ИПФ РАН, 2007. С. 393–407.
8. Dispersion of tsunamis: does it really matter? / S. Glimsdal [et al.] // *Natural Hazards and Earth System Sciences*. 2013. Vol. 13, iss. 6. P. 1507–1526. <https://doi.org/10.5194/nhess-13-1507-2013>
9. *Green A. E., Naghdi P. M.* A Derivation of Equations for Wave Propagation in Water of Variable Depth // *Journal of Fluid Mechanics*. 1976. Vol. 78. P. 237–246. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112076002425>
10. Донное давление, вызванное прохождением уединенной волны в рамках сильно нелинейной модели Грина–Нагди / Е. Н. Пелиновский [и др.] // *Доклады Академии наук*. 2015. Т. 461, № 4. С. 414–417. doi:10.7868/S0869565215100114
11. *Peregrine D. H.* Calculations of the development of an undular bore // *Journal of Fluid Mechanics*. 1966. Vol. 25, iss. 2. P. 321–330. doi:10.1017/S0022112066001678
12. *Madsen P. A., Bingham H. B., Schaffer H. A.* Boussinesq-type formulations for fully nonlinear and extremely dispersive water waves: derivation and analysis // *Proceedings of the Royal Society of London*. 2003. Vol. 459, iss. 2033. P. 1075–1104. <https://doi.org/10.1098/rspa.2002.1067>
13. *Brocchini M.* A reasoned overview on Boussinesq-type models: the interplay between physics, mathematics and numerics // *Proceedings of Royal Society A*. 2013. Vol. 469, iss. 2160. 20130496. <https://doi.org/10.1098/rspa.2013.0496>
14. Non-hydrostatic, Non-linear processes in the Surf Zone / K. Martins [et al.] // *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2020. Vol. 125, iss. 2. e2019JC015521. doi:10.1029/2019JC015521

15. Numerical tsunami model NAMI-DANCE / A. Zaytsev [et al.] // *Science of Tsunami Hazards*. 2019. Vol. 38, iss. 4. P. 151–168.
16. *Didenkulova I., Pelinovsky E.* Rogue waves in nonlinear hyperbolic systems (shallow-water framework) // *Nonlinearity*. 2011. Vol. 24, no. 3. R1. doi:10.1088/0951-7715/24/3/R01
17. *Didenkulova I., Pelinovsky E., Rodin A.* Nonlinear interaction of large-amplitude unidirectional waves in shallow water // *Estonian Journal of Engineering*. 2011. Vol. 17, iss. 4. P. 289–300. doi:10.3176/eng.2011.4.02
18. *Cooker M. J., Weidman P. D. Bale D. S.* Reflection of a high-amplitude solitary wave at a vertical wall // *Journal of Fluid Mechanics*. 1997. Vol. 342. P. 141–158. doi:10.1017/S002211209700551X
19. *Chambarel J., Kharif C., Touboul J.* Head-on collision of two solitary waves and residual falling jet formation // *Nonlinear Processes in Geophysics*. 2009. Vol. 16, iss. 1. P. 111–122. <https://doi.org/10.5194/npg-16-111-2009>
20. A Boussinesq type extension of the GeoClaw model – study of wave breaking phenomena applying dispersive long wave models / J. Kim [et al.] // *Coastal Engineering*. 2017. Vol. 122. P. 75–86. <https://doi.org/10.1016/j.coastaleng.2017.01.005>
21. *Courant R., Friedrichs K. O.* *Supersonic Flow and Shock Waves*. New-York : Interscience Publishers, Inc., 1948. 464 p.
22. *Пелиновский Е. Н., Родин А. А.* Трансформация сильно нелинейной волны в мелководном бассейне // *Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана*. 2012. Т. 48, № 3. С. 383–390.
23. Comparative analysis of bore propagation over long distances using conventional linear and KdV-based nonlinear Fourier transform / M. Brühl [et al.] // *Wave Motion* 2022. Vol. 111. 102905. <https://doi.org/10.1016/j.wavemoti.2022.102905>
24. Влияние нелинейного взаимодействия на эволюцию волн в мелководном бассейне / А. А. Родин [и др.] // *Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана*. 2019. Т. 55, № 4. С. 82–86. doi:10.31857/S0002-351555482-86

Об авторах:

Родин Артем Александрович, ведущий инженер, РНОЦ ТМ, ФГБОУ ВПО Нижегородский государственный технический университет им. П. Е. Алексеева (603155, Россия, г. Нижний Новгород, ул. Минина, д. 24), кандидат физико-математических наук, **ORCID ID: 0000-0002-6159-6077**, xmrrarro@gmail.com

Родина Наталья Александровна, доцент, Институт экономики и предпринимательства, ФГБОУ ВПО Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского (603022, Россия, г. Нижний Новгород, пр. Гагарина, д. 23), кандидат психологических наук, **ORCID ID: 0000-0002-6046-3942**, na4aikovskaya@mail.ru

Трусова Анна Юрьевна, доцент, Высшая школа лингвистики, педагогики и психологии, ФГБОУ ВПО Нижегородский государственный лингвистический университет им. Н. А. Добролюбова (603155, Россия, г. Нижний Новгород, ул. Минина, д. 31а), кандидат филологических наук, **ORCID ID: 0000-0002-5619-4962**, autrusova@lunn.ru

Пелиновский Ефим Наумович, главный научный сотрудник, отдел нелинейных геофизических процессов, ФГБНУ Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики им. А. В. Гапонова-Грехова Российской академии наук (603950, Россия, г. Нижний Новгород, ул. Ульянова, д. 46), доктор физико-математических наук, профессор, **ORCID ID: 0000-0002-5092-0302**, pelinovsky@gmail.com

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ НАБЛЮДЕНИЙ И МЕТОДЫ РАСЧЕТА ГИДРОФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ ОКЕАНА

Научная статья

УДК 51.37
EDN: RUBXPZ

DOI: 10.29039/0233-7584-2023-3-299-313

Вычисление компонент полного потока в моделях ветрового движения жидкости

В. С. Кочергин¹, ✉, С. В. Кочергин¹, С. Н. Скляр²

¹ *Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, Россия*

² *Американский университет в Центральной Азии, Бишкек. Киргизская Республика*
✉ vskocher@gmail.com

Поступила в редакцию 04.04.2022; одобрена после рецензирования 09.01.2023;
принята к публикации 09.03.2023.

Аннотация

Цель. Целью работы является построение эффективного численного метода решения задачи для функции тока и последующего определения компонент полного потока в моделях ветрового движения жидкости в водоеме. Проведен анализ эффективности и проиллюстрирована работа предлагаемых разностных аппроксимаций на классе тестовых задач с известными аналитическими решениями.

Методы и результаты. Построение разностной схемы и соответствующего вычислительного алгоритма осуществляется на основе проекционного варианта интегро-интерполяционного метода, позволяющего в рамках единого подхода решать задачу для функции тока и вычислять ее производные с последующим определением горизонтальных компонент полного потока.

Выводы. Используемый в работе метод дискретизации позволяет автоматически сохранять наиболее важные свойства исходной дифференциальной модели при переходе к ее дискретному аналогу. В частности, с его помощью удается правильно воспроизвести поведение производных от функции тока, а значит, и поведение горизонтальных компонент полного потока в областях его наибольшей интенсивности.

Ключевые слова: ветровые течения, функция тока, компонента полного потока, сингулярно возмущенная задача, аналитическое решение, разностная схема

Благодарности: работа выполнена в рамках государственного задания по теме FNNN-2021-0005 «Комплексные междисциплинарные исследования океанологических процессов, определяющих функционирование и эволюцию экосистем прибрежных зон Черного и Азовского морей».

Для цитирования: Кочергин В. С., Кочергин С. В., Скляр С. Н. Вычисление компонент полного потока в моделях ветрового движения жидкости // Морской гидрофизический журнал. 2023. Т. 39, № 3. С. 299–313. EDN RUBXPZ. doi:10.29039/0233-7584-2023-3-299-313

Calculation of the Total Flow Components in the Models of Wind Fluid Motion

V. S. Kochergin ^{1,✉}, S. V. Kochergin ¹, S. N. Sklyar ²

¹ Marine Hydrophysical Institute, Russian Academy of Sciences, Sevastopol, Russia

² American University in Central Asia, Bishkek, Kyrgyz Republic

✉ vskocher@gmail.com

Abstract

Purpose. The object of the work is to construct an effective numerical method to solve the problem for a stream function and to determine subsequently the total flow components in the models of fluid wind motion in a reservoir. Its efficiency was analyzed, and the work of the proposed difference approximations was illustrated using a class of test problems with the known analytical solutions.

Methods and Results. The difference scheme and the corresponding computational algorithm were constructed based on the projection variant of the integro-interpolation method, which permitted (within a single approach) to solve the problem for the stream function, to calculate its derivatives, and to determine subsequently the total flow horizontal components.

Conclusions. The used discretization method permits to preserve automatically the most important features of the initial differential model at switching to its discrete analog. In particular, its application makes it possible to reproduce correctly the behavior of the stream function derivatives, and hence, the behavior of the total flow horizontal components in the areas of its highest intensity.

Keywords: wind currents, stream function, total flow component, singularly perturbed problem, analytical solution, difference scheme

Acknowledgements: The study was carried out within the framework of the state assignment on theme FNNN-2021-0005 "Complex interdisciplinary studies of oceanological processes which determine functioning and evolution of the ecosystems of coastal zones of the Black and Azov seas".

For citation: Kochergin, V.S., Kochergin, S.V. and Sklyar, S.N., 2023. Calculation of the Total Flow Components in the Models of Wind Fluid Motion. *Physical Oceanography*, 30(3), pp. 274-287. doi:10.29039/1573-160X-2023-3-274-287

Введение

При решении многих задач гидротермодинамики используются специальные интегральные функции. В частности, при моделировании динамики жидкости в водоеме ¹ обычно применяют интегральную функцию тока или уровенную поверхность. Соответствующие задачи относятся к классу сингулярно возмущенных [1] и могут формировать области с большими градиентами решений – так называемые пограничные ² или внутренние переходные слои. Известно, что в этих задачах существуют повышенные требования к разностным схемам, осуществляющим их численную реализацию [2]. Дополнительные трудности возникают, когда требуется вычислять производные от решения сингулярно возмущенной краевой задачи, а именно это необходимо делать при определении горизонтальных компонент полного потока.

¹ Марчук Г. И., Саркисян А. С. Математическое моделирование циркуляции океана. Москва : Наука, 1988. 302 с.

² Васильева А. Б., Бутузов В. Ф. Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных уравнений. М. : Наука, 1973. 272 с.

Все вышесказанное обуславливает актуальность решаемой задачи. Данные проблемы удается решить, если использовать специальные методы дискретизации, позволяющие автоматически сохранять наиболее важные свойства при переходе от исходной дифференциальной модели к ее дискретному аналогу. Реализации одного из таких методов посвящена данная работа. Сравнение численного решения с имеющимся точным аналитическим аналогом позволяет судить о точности используемого алгоритма. Используемый в работе метод дискретизации позволил правильно воспроизвести поведение производных от функции тока, а значит, и горизонтальных компонент полного потока.

Постановка задачи

Построение вычислительного алгоритма проведем для упрощенной трехмерной стационарной модели ветровых течений жидкости в водоеме. Жидкость предполагается однородной, в модели отсутствуют механизмы адвекции и горизонтальной диффузии. Подобные модели принадлежат к классу моделей Экмановского типа [3] и используются в первом приближении для описания картины течений в водоемах различной природы. Кроме того, если в таких моделях удастся отыскать классы аналитических решений, то их удобно использовать для тестирования численных методов и соответствующих алгоритмов, применяемых при решении общих задач гидродинамики водоемов.

Будем считать, что задача рассматривается в безразмерной постановке. Предположим, что поверхность водоема в плоскости xu имеет форму прямоугольника:

$$\Omega_0 = [0, r] \times [0, q], \quad (1)$$

его глубина $H > 0$ постоянна, ось x направлена на восток, ось y – на север, ось z – вертикально вниз. В трехмерной области

$$\Omega = \{(x, y, z) | (x, y) \in \Omega_0, 0 \leq z \leq H\} \quad (2)$$

рассмотрим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} -lv = -\frac{\partial P^s}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial u}{\partial z} \right), \\ lu = -\frac{\partial P^s}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial v}{\partial z} \right), \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \end{cases} \quad (x, y, z) \in \overset{0}{\Omega}, \quad (3)$$

дополнив ее краевыми условиями

$$\begin{cases} \left\{ z = 0, (x, y) \in \overset{0}{\Omega}_0 \right\}: & k \frac{\partial u}{\partial z} = -\tau_x, k \frac{\partial v}{\partial z} = -\tau_y, w = 0, \\ \left\{ z = H, (x, y) \in \overset{0}{\Omega}_0 \right\}: & k \frac{\partial u}{\partial z} = -\tau_x^b, k \frac{\partial v}{\partial z} = -\tau_y^b, w = 0, \\ \left\{ 0 \leq z \leq H, (x, y) \in \partial \Omega_0 \right\}: & Un_x + Vn_y = 0. \end{cases} \quad (4)$$

В (4) присутствуют горизонтальные компоненты полного потока

$$U(x, y) = \int_0^H u(x, y, z) dz, \quad V(x, y) = \int_0^H v(x, y, z) dz \quad (5)$$

и принимается следующий вариант параметризации придонного трения:

$$\tau_x^b = \mu U, \quad \tau_y^b = \mu V, \quad \mu \equiv \text{const} > 0. \quad (6)$$

В соответствии с работами Стоммела [4, 5] предположим

$$l = l_0 + \beta y, \quad k \equiv \text{const} > 0. \quad (7)$$

Компоненты касательного напряжения трения ветра будем задавать формулами

$$\begin{cases} \tau_x = [F_1 \cos(r_l x) + F_2 \sin(r_l x)] \cos(q_m y), \\ \tau_y = [G_1 \cos(r_s x) + G_2 \sin(r_s x)] \sin(q_p y), \end{cases} \quad (8)$$

в которых приняты следующие обозначения:

$$\begin{aligned} r_l = \frac{\pi l}{r}, \quad r_s = \frac{\pi s}{r}, \quad q_m = \frac{\pi m}{q}, \quad q_p = \frac{\pi p}{q}, \\ l, s = 0, 1, 2, \dots; \quad m, p = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (9)$$

Таким образом, модель ветра содержит четыре вещественных (F_1, F_2, G_1, G_2) и четыре целых (l, m, s, p) числовых параметра, выбор которых дает возможность описать достаточно общую ветровую ситуацию. Более того, для описания компонент касательного напряжения трения ветра можно использовать линейную комбинацию выражений (8), а решение задачи находить как линейную комбинацию соответствующих «элементарных» решений. Заметим, что Стоммел использовал модель ветра вида

$$\tau_x = -F \cos\left(\frac{\pi y}{q}\right), \quad \tau_y = 0, \quad (10)$$

которая получается из выражений (8), (9) при

$$F_1 = -F, \quad F_2 = G_1 = G_2 = 0, \quad l = 0, \quad m = 1.$$

В работах [6, 7] найдены аналитические решения задачи (1) – (7), (10). В [8] получены аналитические выражения для потоков из соотношения (5) в задаче (1) – (9), учитывающей общую ветровую ситуацию. Эти аналитические решения мы и используем в данной работе для тестирования предлагаемых вычислительных алгоритмов. Преобразуем задачу (1) – (9): проинтегрируем каждое уравнение в формуле (3) по переменной z в пределах от 0 до H , учитывая при этом краевые условия (4); затем из полученных уравнений исключим градиенты давления, используя операцию перекрестного дифференцирования. В итоге придем к следующей задаче для определения функций $U(x, y), V(x, y)$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu \left(\frac{\partial U}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial x} \right) - \beta V = \frac{\partial \tau_x}{\partial y} - \frac{\partial \tau_y}{\partial x}, \\ \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0, \quad (x, y) \in \overset{0}{\Omega}_0, \\ Un_x + Vn_y = 0, \quad (x, y) \in \partial\Omega_0. \end{array} \right. \quad (11)$$

Для ее решения введем интегральную функцию тока $\Psi(x, y)$ по формулам

$$U = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad V = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}. \quad (12)$$

Подставим (12) в (11) и, обозначив

$$f(x, y) \equiv \frac{\partial \tau_x}{\partial y} - \frac{\partial \tau_y}{\partial x}, \quad (13)$$

получим следующую задачу для определения $\Psi(x, y)$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \right) + \beta \frac{\partial \Psi}{\partial x} = f(x, y), \quad (x, y) \in \overset{0}{\Omega}_0, \\ \Psi = 0, \quad (x, y) \in \partial\Omega_0. \end{array} \right. \quad (14)$$

Численный метод решения задачи (12) – (14)

Для его построения используем проекционный вариант интегро-интерполяционного метода (ПВИИМ), который предложен в [9] и исследован в [10]. Эта методика позволяет в рамках единого подхода построить разностную схему для численного решения задачи (14) и получить формулы для аппроксимации производных от этого решения. Последнее необходимо для вычисления U и V по формулам (12). Отметим также работы [11–13], в которых решалась подобная задача.

В области Ω_0 рассмотрим вычислительную сетку

$$\omega_h \equiv \left\{ (x_i, y_j) \mid x_i = (i-1)\Delta x, \quad y_j = (j-1)\Delta y, \right. \\ \left. i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, k}, \quad \Delta x = \frac{r}{n-1}, \quad \Delta y = \frac{q}{k-1} \right\}. \quad (15)$$

Пусть сеточная функция $\{\Psi_{i,j}\}$, определенная на этой сетке, состоит из приближенных значений для величин $\{\Psi(x_i, y_j)\}$ – точного решения задачи (14). Методику ПВИИМ применим в рамках последовательной аппроксимации дифференциального уравнения из выражения (14): сначала по переменной x , затем по переменной y . Уравнение (14) перепишем в виде

$$\mu \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \beta \frac{\partial \Psi}{\partial x} = f(x, y) - \mu \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \equiv g(x, y). \quad (16)$$

В соответствии с ПВИИМ на произвольной сеточной ячейке $[x_i, x_{i+1}]$ рассмотрим тестовую функцию $\lambda(x)$, уравнение (16) умножим на $\lambda(x)$ и результат проинтегрируем по ячейке $[x_i, x_{i+1}]$, в том числе и по частям (переменную y при этом воспринимаем как параметр), в результате получим следующее интегро-разностное тождество:

$$\left[\mu \frac{\partial \Psi}{\partial x} \lambda + \Psi \left(\beta \lambda - \mu \frac{\partial \lambda}{\partial x} \right) \right]_{x_i}^{x_{i+1}} + \int_{x_i}^{x_{i+1}} \Psi \left(\mu \frac{\partial^2 \lambda}{\partial x^2} - \beta \frac{\partial \lambda}{\partial x} \right) dx = \int_{x_i}^{x_{i+1}} g(x, y) \lambda(x) dx. \quad (17)$$

Осуществим выбор тестовых функций $\lambda^{(0)}(x)$ и $\lambda^{(1)}(x)$ в тождестве (17), считая, что они являются решениями уравнения

$$\mu \frac{\partial^2 \lambda}{\partial x^2} - \beta \frac{\partial \lambda}{\partial x} = 0, \quad x \in (x_i, x_{i+1}),$$

но при этом удовлетворяют различным краевым условиям:

$$\begin{aligned} \lambda^{(0)}(x_i) &= 1, \quad \lambda^{(0)}(x_{i+1}) = 0, \\ \lambda^{(1)}(x_i) &= 0, \quad \lambda^{(1)}(x_{i+1}) = 1. \end{aligned}$$

Такой выбор позволяет обратить в ноль интеграл в левой части тождества (17). Очевидно, что для $x \in (x_i, x_{i+1})$

$$\lambda^{(0)}(x) = \frac{e^{\beta \Delta x / \mu} - e^{\beta(x-x_i)/\mu}}{e^{\beta \Delta x / \mu} - 1}, \quad \lambda^{(1)}(x) = \frac{e^{\beta(x-x_i)/\mu} - 1}{e^{\beta \Delta x / \mu} - 1}. \quad (18)$$

Интеграл в правой части тождества (17) будем аппроксимировать, используя следующие формулы:

$$\begin{aligned} \int_{x_i}^{x_{i+1}} g(x, y) \lambda^{(0)}(x) dx &\approx g(x_i, y) \int_{x_i}^{x_{i+1}} \lambda^{(0)}(x) dx, \\ \int_{x_i}^{x_{i+1}} g(x, y) \lambda^{(1)}(x) dx &\approx g(x_{i+1}, y) \int_{x_i}^{x_{i+1}} \lambda^{(1)}(x) dx. \end{aligned} \quad (19)$$

Отметим, что более точные аппроксимации интегралов в (17) могут привести к более точной разностной схеме, но мы остановимся на вышеуказанных вариантах (формула (19)). Подставим $\lambda = \lambda^{(0)}$ в тождество (17) и, используя обозначения

$$\begin{aligned} R &= \frac{\beta \Delta x}{2\mu}, \quad \theta = \theta(R) = \operatorname{ctg} R - \frac{1}{R}, \\ D_x^+ \Psi_i &= \frac{\Psi_{i+1} - \Psi_i}{\Delta x}, \quad D_x^- \Psi_i = \frac{\Psi_i - \Psi_{i-1}}{\Delta x}, \end{aligned}$$

а также необходимые вычисления, с учетом формул (18) и (19) перепишем его в виде

$$-\mu \frac{\partial \Psi_i}{\partial x} + \mu [1 + R(\theta + 1)] D_x^+ \Psi_i = g(x_i, y) \Delta x \frac{1 + \theta}{2}, \quad i = \overline{1, n-1}. \quad (20)$$

После подстановки функции $\lambda = \lambda^{(1)}$ в тождество (17) получим

$$\mu \frac{\partial \Psi_{i+1}}{\partial x} - \mu [1 + R(\theta - 1)] D_x^+ \Psi_i = g(x_{i+1}, y) \Delta x \frac{1 - \theta}{2}, \quad i = \overline{1, n-1}. \quad (21)$$

Перейдем к аппроксимации по переменной y . Учитывая, что функция $g(x, y)$ в правых частях соотношений (20) и (21) определялась по формулам (16), перепишем эти соотношения в виде

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial^2 \Psi_i}{\partial y^2} &= f(x_i, y) + \frac{2}{\Delta x(1 + \theta)} \left\{ \mu \frac{\partial \Psi_i}{\partial x} - \mu [1 + R(\theta + 1)] D_x^+ \Psi_i \right\} \equiv \\ &\equiv P(y), \quad i = \overline{1, n-1}, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial^2 \Psi_{i+1}}{\partial y^2} &= f(x_{i+1}, y) + \frac{2}{\Delta x(1 - \theta)} \left\{ -\mu \frac{\partial \Psi_{i+1}}{\partial x} + \mu [1 + R(\theta - 1)] D_x^+ \Psi_i \right\} \equiv \\ &\equiv Q(y), \quad i = \overline{1, n-1}. \end{aligned} \quad (23)$$

Учитывая ПВИИМ для уравнения (22), перепишем его для произвольной сеточной ячейки $[y_j, y_{j+1}]$:

$$\mu \frac{\partial^2 \Psi_i}{\partial y^2} = P(y), \quad y \in [y_j, y_{j+1}]. \quad (24)$$

Аналог интегро-разностного тождества (17) для уравнения (24) будет выглядеть следующим образом:

$$\left[\mu \frac{\partial \Psi_i}{\partial y} \eta - \Psi_i \mu \frac{\partial \eta}{\partial y} \right]_{y_j}^{y_{j+1}} + \int_{y_j}^{y_{j+1}} \Psi_i \mu \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} dy = \int_{y_j}^{y_{j+1}} P(y) \eta(y) dy. \quad (25)$$

Тестовые функции $\eta^{(0)}, \eta^{(1)}$ будем считать решениями задач

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} &= 0, \quad y \in (y_j, y_{j+1}), \\ \eta^{(0)}(y_j) &= 1, \quad \eta^{(0)}(y_{j+1}) = 0, \\ \eta^{(1)}(y_j) &= 0, \quad \eta^{(1)}(y_{j+1}) = 1. \end{aligned}$$

Легко найти эти функции:

$$\eta^{(0)}(y) = \frac{y_{j+1} - y}{\Delta y}, \quad \eta^{(1)}(y) = \frac{y - y_j}{\Delta y}. \quad (26)$$

Подставляем тестовые функции (26) в тождество (25) и используем аппроксимации интегралов в правой части выражения (25), подобные аппроксимациям из формул (19):

$$\int_{y_j}^{y_{j+1}} P(y)\eta^{(0)}(y)dy \approx P(y_j) \int_{y_j}^{y_{j+1}} \eta^{(0)}(y)dy,$$

$$\int_{y_j}^{y_{j+1}} P(y)\eta^{(1)}(y)dy \approx P(y_{j+1}) \int_{y_j}^{y_{j+1}} \eta^{(1)}(y)dy,$$

а также обозначения

$$D_y^+\Psi_{i,j} = \frac{\Psi_{i,j+1} - \Psi_{i,j}}{\Delta y}, \quad D_y^-\Psi_{i,j} = \frac{\Psi_{i,j} - \Psi_{i,j-1}}{\Delta y},$$

в результате получим конечно-разностные соотношения

$$-\mu \frac{\partial \Psi_{i,j}}{\partial y} + \mu D_y^+\Psi_{i,j} = P(y_j) \frac{\Delta y}{2}, \quad j = \overline{1, k-1}, \quad (27)$$

$$\mu \frac{\partial \Psi_{i,j+1}}{\partial y} - \mu D_y^+\Psi_{i,j} = P(y_{j+1}) \frac{\Delta y}{2}, \quad j = \overline{1, k-1}. \quad (28)$$

Используя формулу (22), из выражений (27) и (28) получим следующие соотношения ($i = \overline{1, n-1}$, $j = \overline{1, k-1}$):

$$\begin{aligned} & \frac{1+\theta}{2\Delta y} \left[\mu \frac{\partial \Psi_{i,j}}{\partial y} - \mu D_y^+\Psi_{i,j} + \frac{\Delta y}{2} f(x_i, y_j) \right] = \\ & = \frac{1}{2\Delta x} \left\{ -\mu \frac{\partial \Psi_{i,j}}{\partial x} + \mu [1 + R(\theta + 1)] D_x^+\Psi_{i,j} \right\}, \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1+\theta}{2\Delta y} \left[-\mu \frac{\partial \Psi_{i,j+1}}{\partial y} + \mu D_y^+\Psi_{i,j} + \frac{\Delta y}{2} f(x_i, y_{j+1}) \right] = \\ & = \frac{1}{2\Delta x} \left\{ -\mu \frac{\partial \Psi_{i,j+1}}{\partial x} + \mu [1 + R(\theta + 1)] D_x^+\Psi_{i,j+1} \right\}. \end{aligned} \quad (30)$$

Аналогичные рассуждения проведем для соотношений (23). В результате получим еще одну группу соотношений ($i = \overline{1, n-1}$; $j = \overline{1, k-1}$):

$$\begin{aligned} & \frac{1-\theta}{2\Delta y} \left[\mu \frac{\partial \Psi_{i+1,j}}{\partial y} - \mu D_y^+\Psi_{i+1,j} + \frac{\Delta y}{2} f(x_{i+1}, y_j) \right] = \\ & = \frac{1}{2\Delta x} \left\{ \mu \frac{\partial \Psi_{i+1,j}}{\partial x} - \mu [1 + R(\theta - 1)] D_x^+\Psi_{i,j} \right\}, \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1-\theta}{2\Delta y} \left[-\mu \frac{\partial \Psi_{i+1,j+1}}{\partial y} + \mu D_y^+ \Psi_{i+1,j} + \frac{\Delta y}{2} f(x_{i+1}, y_{j+1}) \right] = \\ & = \frac{1}{2\Delta x} \left\{ \mu \frac{\partial \Psi_{i+1,j+1}}{\partial x} - \mu [1 + R(\theta - 1)] D_x^+ \Psi_{i,j+1} \right\}. \end{aligned} \quad (32)$$

Соотношения (29) – (32), записанные для произвольной сеточной ячейки $[x_i, x_{i+1}] \times [y_j, y_{j+1}]$, $i = \overline{1, n-1}$, $j = \overline{1, k-1}$, дают полную информацию, необходимую для построения аппроксимаций как уравнения, так и всех необходимых производных в задаче (12) – (14). Действительно, в формуле (30) проведем замену индекса j на $j - 1$, это можно сделать во внутренних узлах сетки, затем результат сложим с уравнением (29), в итоге исключим производную $\frac{\partial \Psi_{i,j}}{\partial y}$:

$$\begin{aligned} & \frac{1+\theta}{2} \left[-\frac{\mu}{\Delta y} (D_y^+ \Psi_{i,j} - D_y^- \Psi_{i,j}) + f(x_i, y_j) \right] = \\ & = \frac{1}{\Delta x} \left\{ -\mu \frac{\partial \Psi_{i,j}}{\partial x} + \mu [1 + R(\theta + 1)] D_x^+ \Psi_{i,j} \right\}. \end{aligned}$$

Последняя формула позволяет получить аппроксимацию производной $\frac{\partial \Psi_{i,j}}{\partial x}$, которую можно использовать во внутренних узлах левой вертикальной границы:

$$\frac{\partial \Psi_{i,j}}{\partial x} = [1 + R(\theta + 1)] D_x^+ \Psi_{i,j} + \Delta x \frac{1+\theta}{2} \left[\frac{1}{\Delta y} (D_y^+ \Psi_{i,j} - D_y^- \Psi_{i,j}) - \frac{1}{\mu} f(x_i, y_j) \right]. \quad (33)$$

Аналогично в (31) заменим индекс i на $i - 1$, а в формуле (32) заменим i на $i - 1$ и j на $j - 1$. Полученные результаты сложим, что дает нам возможность исключить производную $\frac{\partial \Psi_{i,j}}{\partial y}$:

$$\frac{1-\theta}{2} \left[-\frac{\mu}{\Delta y} (D_y^+ \Psi_{i,j} - D_y^- \Psi_{i,j}) + f(x_i, y_j) \right] = \frac{1}{\Delta x} \left\{ \mu \frac{\partial \Psi_{i,j}}{\partial x} - \mu [1 + R(\theta - 1)] D_x^- \Psi_{i,j} \right\}.$$

Из последнего выражения получим аппроксимацию производной $\frac{\partial \Psi_{i,j}}{\partial x}$ для внутренних узлов правой вертикальной границы:

$$\frac{\partial \Psi_{i,j}}{\partial x} = [1 + R(\theta - 1)] D_x^- \Psi_{i,j} + \Delta x \frac{1-\theta}{2} \left[\frac{1}{\mu} f(x_i, y_j) - \frac{1}{\Delta y} (D_y^+ \Psi_{i,j} - D_y^- \Psi_{i,j}) \right]. \quad (34)$$

Рассмотрим формулы (33) и (34) во внутренних узлах области, первую умножим на $\frac{1-\theta}{2}$, вторую – на $\frac{1+\theta}{2}$, результаты сложим и получим соотношение

$$\frac{\partial \Psi_{i,j}}{\partial x} = \frac{1-\theta}{2} [1+R(\theta+1)] D_x^+ \Psi_{i,j} + \frac{1+\theta}{2} [1+R(\theta-1)] D_x^- \Psi_{i,j}, \quad (35)$$

которое можно использовать для аппроксимации производной $\frac{\partial \Psi_{i,j}}{\partial x}$ во внутренних узлах сеточной области. Теперь если формулу (34) вычесть из выражения (35), то мы исключим производную $\frac{\partial \Psi_{i,j}}{\partial x}$ и получим аппроксимацию уравнения (14) во внутренних узлах сеточной области:

$$\begin{aligned} & \frac{\mu}{\Delta x} \{ [1+R(\theta+1)] D_x^+ \Psi_{i,j} - [1+R(\theta-1)] D_x^- \Psi_{i,j} \} + \\ & + \frac{\mu}{\Delta y} (D_y^+ \Psi_{i,j} - D_y^- \Psi_{i,j}) = f(x_i, y_j). \end{aligned} \quad (36)$$

Перейдем к построению аппроксимации для производной $\frac{\partial \Psi_{i,j}}{\partial y}$. В соотношении (30) заменим индекс j на $j-1$, результат вычтем из (29), в итоге получим аппроксимацию

$$\frac{\partial \Psi_{i,j}}{\partial y} = \frac{1}{2} (D_y^+ \Psi_{i,j} + D_y^- \Psi_{i,j}), \quad (37)$$

которую можно использовать во внутренних узлах сеточной области. Далее в (31) заменим i на $i-1$, результат сложим с формулой (29), тем самым исключим производную $\frac{\partial \Psi_{i,j}}{\partial x}$ и получим

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta y} \left[\mu \frac{\partial \Psi_{i,j}}{\partial y} - \mu D_y^+ \Psi_{i,j} + \frac{\Delta y}{2} f(x_i, y_j) \right] = \\ & = \frac{1}{2\Delta x} \{ \mu [1+R(\theta+1)] D_x^+ \Psi_{i,j} - \mu [1+R(\theta-1)] D_x^- \Psi_{i,j} \}. \end{aligned}$$

Из последнего соотношения найдем формулу для внутренних узлов нижней горизонтальной границы:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi_{i,j}}{\partial y} & = D_y^+ \Psi_{i,j} + \frac{\Delta y}{2\Delta x} \{ [1+R(\theta+1)] D_x^+ \Psi_{i,j} - [1+R(\theta-1)] D_x^- \Psi_{i,j} \} - \\ & - \frac{\Delta y}{2\mu} f(x_i, y_j). \end{aligned} \quad (38)$$

Наконец, рассмотрим формулу (30), заменим в ней индекс j на $j-1$, а в соотношении (32) заменим i на $i-1$ и j на $j-1$. После сложения результатов получим

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta y} \cdot \left[-\mu \frac{\partial \Psi_{i,j}}{\partial y} + \mu D_y^- \Psi_{i,j} + \frac{\Delta y}{2} f(x_i, y_{j+1}) \right] = \\ & = \frac{1}{2\Delta x} \left\{ \mu [1 + R(\theta + 1)] D_x^+ \Psi_{i,j} - \mu [1 + R(\theta - 1)] D_x^- \Psi_{i,j} \right\}. \end{aligned}$$

Из этого выражения следует формула для внутренних узлов верхней горизонтальной границы:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi_{i,j}}{\partial y} = & D_y^- \Psi_{i,j} - \frac{\Delta y}{2\Delta x} \left\{ [1 + R(\theta + 1)] D_x^+ \Psi_{i,j} - [1 + R(\theta - 1)] D_x^- \Psi_{i,j} \right\} + \\ & + \frac{\Delta y}{2\mu} f(x_i, y_j). \end{aligned} \quad (39)$$

Численное решение задачи (12) – (14) находится по формулам (36) вместе с соответствующими краевыми условиями. Задача решается итерационно одним из известных методов [14]. Далее формулы (33) – (35) используются для вычисления производных $\frac{\partial \Psi_{i,j}}{\partial x}$, а формулы (37) – (39) применяются для вычисления производных. Формулы (33), (34), (38) и (39) для определения производных на границах области (при решении задачи (12) – (14) в прямоугольнике) существенно упрощаются в силу краевого условия для функции Ψ . Отметим также, что разностная схема (36) тестировалась при решении задачи (14) в работе [15] и оказалась более точной, чем известные схемы из работ^{3, 4} и [2, 16].

Результаты численных экспериментов

Проиллюстрируем работу предлагаемых численных методов результатами экспериментов с задачей (1), (12) – (14), в которой выбраны следующие значения основных параметров:

$$r = 11, \quad q = 5, \quad \mu = 0,01, \quad \beta = 1.$$

Модельный ветер (формулы (8), (9)) определяется значениями

$$F_1 = 1, \quad F_2 = 0, \quad G_1 = -1, \quad G_2 = 0, \quad l = 0, \quad m = 1, \quad s = 1, \quad p = 1,$$

при которых над акваторией формируется циклон (рис. 1).

Критерием качества вычислительного алгоритма служила относительная погрешность

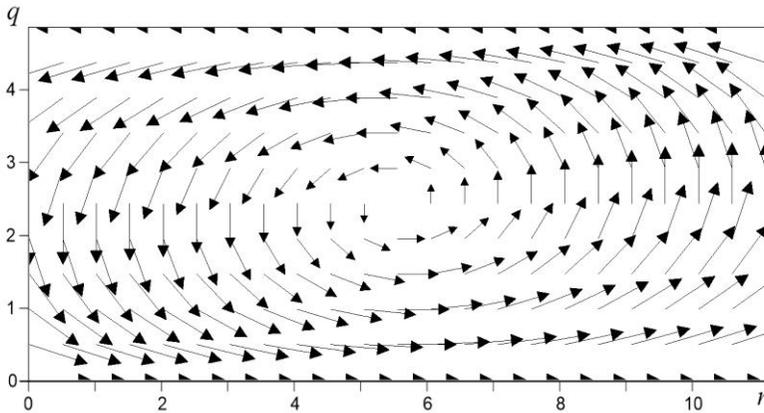
$$Er(\Phi) = \frac{\|\Phi - \bar{\Phi}\|_{\infty}}{\|\bar{\Phi}\|_{\infty}} \cdot 100 (\%),$$

которая вычислялась в сеточной норме

$$\|\bar{\Phi}\|_{\infty} = \max_{\omega_h} |\bar{\Phi}|.$$

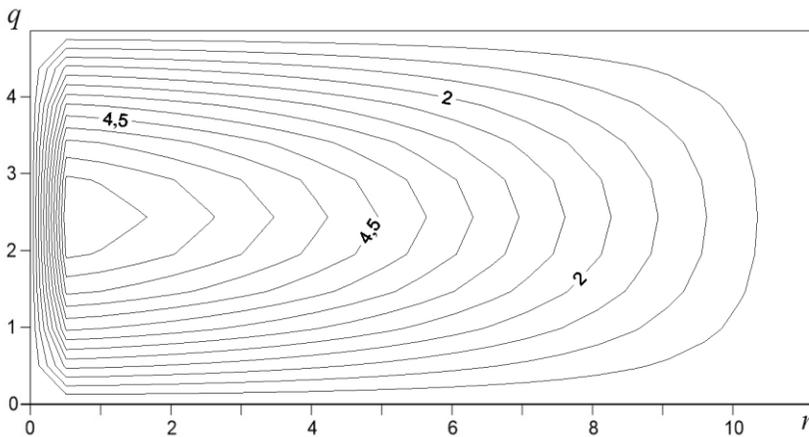
³ Самарский А. А. Теория разностных схем. М. : Наука, 1983. 616 с.

⁴ Булеев Н. И. Пространственная модель турбулентного обмена. М. : Наука, 1983. 344 с.



Р и с. 1. Циклоническое поле ветра
Fig. 1. Cyclonic wind field

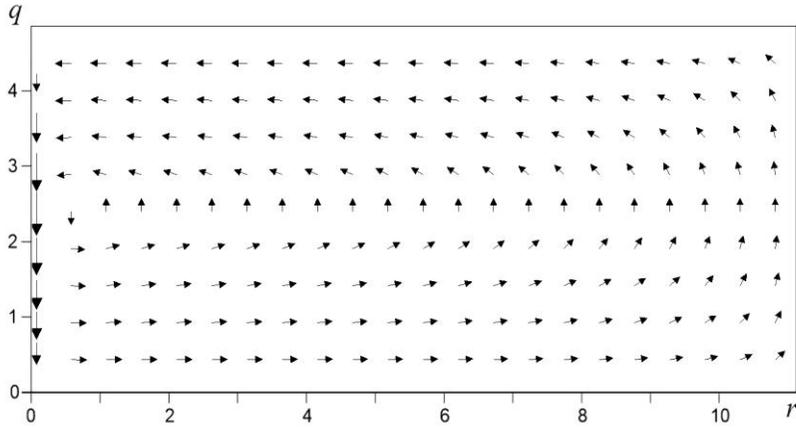
Здесь $\bar{\Phi}$ – спроектированное на сетку ω_h точное решение задачи (в данном случае найденное по формулам работы [8]); Φ – приближенное решение этой же задачи, вычисленное при помощи соответствующего алгоритма. Пусть Ψ, U, V – решение задачи (1), (12) – (14), найденное методом, представленным выше. На рис. 2 показано аналитическое поле функции тока, которое визуально практически не отличается от найденного численно [15].



Р и с. 2. Функция тока при заданных параметрах
Fig. 2. Stream function for the given parameters

На рис. 3 приведено аналитическое поле полных потоков, полученное на основе формул из работы [8].

Представленное поле характеризуется интенсивным пограничным слоем у левой границы. Вычисленное поле с использованием выражения (36) визуально практически не отличается от изображенного на рис. 3, поэтому оно в работе не приводится. О точности расчетов в этом случае целесообразно судить по значениям относительной погрешности.



Р и с. 3. Аналитическое поле полных потоков

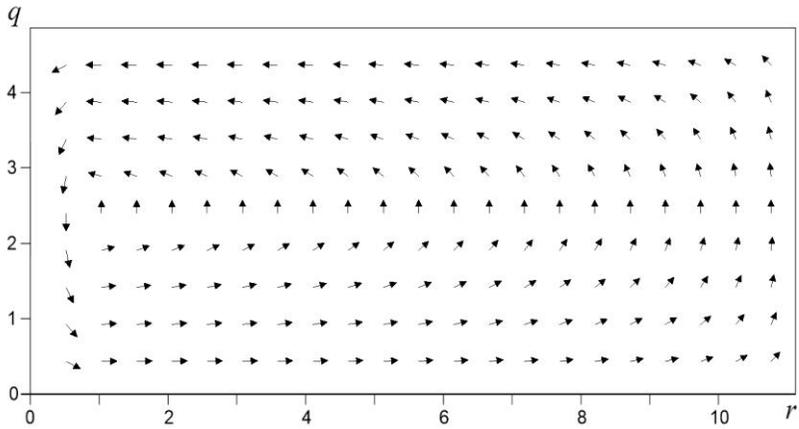
F i g. 3. Analytical field of the total flows

При расчете полных потоков \tilde{U}, \tilde{V} по стандартным формулам

$$\tilde{U}_{i,1} = D_y^+ \Psi_{i,1}, \quad \tilde{U}_{i,j} = \frac{1}{2} (D_y^+ \Psi_{i,j} + D_y^- \Psi_{i,j}), \quad j = \overline{2, k-1}, \quad \tilde{U}_{i,k} = D_y^- \Psi_{i,k}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (40)$$

$$\tilde{V}_{1,j} = -D_x^+ \Psi_{1,j}, \quad \tilde{V}_{i,j} = -\frac{1}{2} (D_x^+ \Psi_{i,j} + D_x^- \Psi_{i,j}), \quad i = \overline{2, n-1}; \quad \tilde{V}_{n,j} = -D_x^- \Psi_{n,j}, \quad j = \overline{1, k} \quad (41)$$

получается поле, изображенное на рис. 4.



Р и с. 4. Поле полных потоков, вычисленное по формулам (40), (41)

F i g. 4. Field of the total flows calculated by formulas (40) and (41)

После решения задачи (14) для функции тока при помощи формулы (36) U и V определялись двумя способами: методом, описанным выше, и при помощи формул (40), (41). Величины соответствующих погрешностей, вычисленные на сетках с различным числом узлов, приведены в таблице. Значения относительных погрешностей $Er(\Psi)$ указывают на сходимость итерационной процедуры.

ционного процесса вследствие сравнения получаемых результатов с точным решением. Легко проверить, что величины U , полученные с использованием формул (37) – (39), и величины \tilde{U} , вычисленные в соответствии с формулой (40), совпадают, поэтому погрешности $Er(\tilde{U})$ в таблице мы не приводим.

Значения погрешности при увеличении числа узлов сетки
Error values at increase in the number of grid nodes

Число узлов сетки / Number of grid nodes	$Er(\Psi)$	$Er(U)$	$Er(V)$	$Er(\tilde{V})$
23×11	0,64259	1,06010	0,05480	98,0685
51×23	0,26472	0,22237	0,02779	95,5197
111×51	0,10534	0,07869	0,01187	90,0591
221×101	0,04036	0,03189	0,00471	80,2305
441×201	0,01247	0,01018	0,00148	63,8351

Заключение

Как показали результаты численных экспериментов, даже при достаточно точном решении задачи для функции тока вычисление горизонтальных компонент полного потока может оказаться неэффективным, если не учитывать специфику задачи. Используемые алгоритмы дают достаточно хорошую точность воспроизведения решения уравнения для функции тока. На мелкой сетке ошибка составляет сотые доли процента в используемой норме. Предлагаемая в данной работе методика позволяет в рамках единого подхода решать задачу для функции тока и вычислять производные от этого решения, что гарантирует точность определения горизонтальных компонент полного потока. Результаты работы могут быть использованы при моделировании динамических процессов в море.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *O'Malley Jr. R. E.* Introduction to Singular Perturbations. New York : Academic Press, 1974. 206 p.
2. *Роуч П.* Вычислительная гидродинамика. Москва : Мир, 1980. 616 с.
3. *Ekman V. W.* On the Influence of the Earth's Rotation on Ocean-Currents // Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik. 1905. Band 2, no 11. P. 1–53.
4. *Stommel H.* The westward intensification of wind-driven ocean currents // EOS, Transactions, American Geophysical Union. 1948. Vol. 29, iss. 2. P. 202–206. doi:10.1029/TR029i002p00202
5. *Stommel H.* The Gulf Stream. A Physical and Dynamical Description. Berkeley and Los Angeles, USA : University of California Press, 1965. 243 p.
6. *Kochergin V. S., Kochergin S. V., Sklyar S. N.* Analytical Test Problem of Wind Currents // Processes in GeoMedia / Ed. T. Chaplina. Cham : Springer Geology, 2020. Vol. I. P. 17–25. doi:10.1007/978-3-030-38177-6_3

7. *Kochergin V. S., Kochergin S. V., Sklyar S. N.* Analytical Solution of the Test Three-Dimensional Problem of Wind Flows // *Processes in GeoMedia* / Ed. T. Chaplina. Cham : Springer Geology, 2021. Vol. II. P. 65–71. doi:10.1007/978-3-030-53521-6_9
8. *Кочергин В. С., Кочергин С. В., Скляр С. Н.* Аналитическое решение уравнения для функции тока в модели течений с переменным по пространству ветровым воздействием // *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества*. 2022. Т. 19, № 1. С. 16–24. <https://doi.org/10.31429/vestnik-19-1-16-25>
9. *Sklyar S. N.* A projective version of the integral-interpolation method and its application for the discretization of the singular perturbation problems // *Advanced Mathematics, Computations and Applications : Proceedings of the International Conference AMCA-95* / Eds. A. S. Alekseev, N. A. Bakhvalov. Novosibirsk : NCC Publisher, 1995. P. 380–385.
10. Математическое моделирование гидродинамики глубоководных бассейнов / В. Н. Еремеев [и др.]. Севастополь : ЭКОСИ-Гидрофизика, 2002. 238 с.
11. *Кочергин В. П., Скляр С. Н., Султанов П. К.* К вопросу о численном моделировании гидротермодинамических задач океана // *Морской гидрофизический журнал*. 1990. № 2. С. 10–18.
12. *Кочергин В. П., Скляр С. Н., Султанов П. К.* О вычислении баротропных составляющих движения в моделях общей циркуляции океана // *Морской гидрофизический журнал*. 1994. № 1. С. 20–25.
13. *Кочергин В. П., Дунец Т. В.* Вычислительный алгоритм для определения наклонов уровня в задачах динамики водоемов // *Морской гидрофизический журнал*. 1999. № 3. С. 20–28.
14. *Ильин В. П.* Итерационные предобусловленные методы в подпространствах Крылова: тенденции XXI века // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2021. Т. 61, № 11. С. 1786–1813. <https://doi.org/10.31857/S0044466921110090>
15. *Kochergin V. S., Kochergin S. V., Sklyar S. N.* Testing of Numerical Methods for Solving the Stream Function Problem in a Model of Stationary Fluid Motion // *Processes in GeoMedia* / Ed. T. Chaplina. Cham : Springer Geology, 2023. P. 513–521. doi:10.1007/978-3-031-16575-7_46
16. *Булеев Н. И., Тимухин Г. И.* О численном решении уравнений гидродинамики для плоского потока вязкой несжимаемой жидкости // *Известия СО АН СССР. Серия Технические науки*. 1969. Вып. 1, № 3. С. 14–24.

Об авторах:

Кочергин Владимир Сергеевич, младший научный сотрудник, отдел теории волн, ФГБУН ФИЦ МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), **ORCID ID: 0000-0002-6767-1218**, **ResearcherID: AAG-4209-2020**, vskocher@gmail.com

Кочергин Сергей Владимирович, старший научный сотрудник, отдел вычислительных технологий и математического моделирования, ФГБУН ФИЦ МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), кандидат физико-математических наук, **ORCID ID: 0000-0002-3583-8351**, **ResearcherID: AAAG-4206-2020**, svkocher@mail.ru

Скляр Сергей Николаевич, заведующий кафедрой, Американский университет в Центральной Азии (AUCA) (720060, Киргизская Республика, г. Бишкек, ул. Токомбаева, д. 7/6), доктор физико-математических наук, профессор, **ORCID ID: 0000-0001-6985-6155**, sklyar51@gmail.com

Влияние ледового сжатия на скорости волновых течений при нелинейном взаимодействии волновых гармоник

А. А. Букатов

Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, Россия
✉ bukatov.ant@mhi-ras.ru

Поступила в редакцию 15.08.2022; одобрена после рецензирования 29.08.2022;
принята к публикации 09.03.2023.

Аннотация

Цель. Цель работы – исследование влияния ледового сжатия на составляющие скорости движения жидкости под плавающим ледяным покровом при распространении волны, сформированной при нелинейном взаимодействии волновых гармоник.

Методы и результаты. На основе полученного решения задачи о нелинейном взаимодействии прогрессивных поверхностных волн в бассейне конечной глубины с плавающим продольно сжатым упругим льдом выполнен анализ распределений составляющих скорости движения частиц жидкости по длине сформированной волны в зависимости от характеристик льда. Исследовано влияние толщины, модуля упругости и сжимающего усилия ледового покрова, нелинейности вертикального ускорения льда и амплитуды второй взаимодействующей гармоники на вертикальную и горизонтальную составляющие скорости движения жидких частиц.

Выводы. Получено, что сжимающее усилие обуславливает уменьшение фазы и максимальных значений составляющих скорости движения жидкости. Изменение знака амплитуды второй взаимодействующей гармоники проявляется в существенной трансформации профиля и влияет на фазу сформированного возмущения при учете нелинейности вертикального ускорения льда. При фиксированном значении силы сжатия уменьшение жесткости ледяного покрова приводит к заметному отставанию фазы колебания.

Ключевые слова: нелинейное взаимодействие волн, изгибно-гравитационные волны, продольное сжимающее усилие, волны конечной амплитуды, движение частиц жидкости, ледовое сжатие, ледовый покров

Благодарности: работа выполнена в рамках государственного задания по теме FNNN-2021-0004.

Для цитирования: Букатов А. А. Влияние ледового сжатия на скорости волновых течений при нелинейном взаимодействии волновых гармоник // Морской гидрофизический журнал. 2023. Т. 39, № 3. С. 314–327. EDN MXZVWW. doi:10.29039/0233-7584-2023-3-314-327

Influence of Ice Compression on the Wave Current Velocities at the Nonlinear Interaction of Wave Harmonics

A. A. Bukatov

Marine Hydrophysical Institute, Russian Academy of Sciences, Sevastopol, Russia
✉ bukatov.ant@mhi-ras.ru

Abstract

Purpose. The work is aimed at studying the ice compression influence on the components of fluid motion velocity under a floating ice cover in propagation of the wave formed by the nonlinear interaction of wave harmonics.

Methods and Results. Based on the obtained solution of the problem on nonlinear interaction of the progressive surface waves in a finite depth basin with floating and longitudinally compressed elastic ice, analyzed were the distributions of the components of fluid particles motion velocity along the generated wave length depending on the ice characteristics. The impact of thickness, elasticity modulus and compressive force of the ice cover, nonlinearity of the ice vertical acceleration and the amplitude of the second interacting harmonic upon the vertical and horizontal components of the fluid particles motion velocity was studied.

Conclusions. It is established that the compressive force conditions reduction of the phase and the maximum values of the fluid motion velocity components. Change in the sign of the second interacting harmonic amplitude is manifested in a significant profile transformation, and affects the generated perturbation phase at the regard for the nonlinearity of ice vertical acceleration. When the compression force value is fixed, a decrease in the ice cover rigidity results in a noticeable delay of the oscillation phase.

Keywords: nonlinear interaction of waves, flexural-gravity waves, longitudinal compressive force, waves of finite amplitude, motion of fluid particles, ice compression, ice cover

Acknowledgements: The study was carried out within the framework of the state task on theme FNNN-2021-0004.

For citation: Bukatov, A.A., 2023. Influence of Ice Compression on the Wave Current Velocities at the Nonlinear Interaction of Wave Harmonics. *Physical Oceanography*, 30(3), pp. 288-301. doi:10.29039/1573-160X-2023-3-288-301

Введение

Волны распространяются на значительные расстояния в бассейнах как со свободной поверхностью, так и с плавающим ледовым покровом, который влияет на динамику морской поверхности и подповерхностных вод [1–3]. Происходящие климатические процессы обуславливают необходимость в надежных расчетах волновых характеристик и прогнозах волнения в ледовых условиях и требуют развития теоретических исследований, математического моделирования, а также проведения натуральных инструментальных измерений и лабораторных экспериментов [4–8]. При решении отдельных задач, связанных с волновой динамикой на поверхности жидкости, следует учитывать возникающее при распространении поверхностных волн дрейфовое течение – Стоксов дрейф [9, 10]. Его скорость в направлении движения волн конечной амплитуды исследовалась в [11–15] при отсутствии ледового покрова. В работах [16, 17] изучено влияние плавающего битого льда на скорость поступательного перемещения жидкости в направлении распространения прогрес-

сивной нелинейной волны. Изучение скорости смещений жидких частиц вдоль профиля бегущей периодической волны конечной амплитуды в бассейне с плавающим упругим льдом выполнено в [18], а со сплошным, продольно сжатым упругим льдом – в [19].

В настоящей работе на основе полученного решения задачи о нелинейном взаимодействии прогрессивных поверхностных волн в бассейне конечной глубины с плавающим продольно сжатым упругим льдом [20] выполнен анализ распределений составляющих скорости движения частиц жидкости по длине сформированной волны под плавающим ледовым покровом.

Постановка задачи

Пусть на поверхности однородной идеальной несжимаемой жидкости постоянной глубины H плавает сплошной, продольно сжатый упругий лед с толщиной $h = \text{const}$. Жидкость и ледовый покров в горизонтальных направлениях не ограничены. Исследуем влияние льда на орбитальные скорости движения жидких частиц, формируемые при взаимодействии двух волновых гармоник конечной амплитуды. Предполагаем движение жидкости потенциальным, а колебания льда безотрывными, тогда задача заключается в решении уравнения Лапласа

$$\varphi_{xx} + \varphi_{zz} = 0, \quad -\infty < x < \infty, \quad -H \leq z \leq \zeta \quad (1)$$

для потенциала скорости с граничными условиями на поверхности лед – жидкость ($z = \zeta$)

$$D_1 k^4 \frac{\partial^4 \zeta}{\partial x^4} + Q_1 k^2 \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \kappa k \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 - \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right] = p, \quad (2)$$

$$p = \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \zeta - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right]$$

и на дне ($z = -H$) бассейна

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0. \quad (3)$$

В начальный момент времени ($t = 0$)

$$\zeta = f(x), \quad \frac{\partial \zeta}{\partial t} = 0. \quad (4)$$

Потенциал скорости и возвышение поверхности лед – жидкость при $z = \zeta$ связаны кинематическим условием

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} - \frac{\partial \zeta}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0. \quad (5)$$

Задача (1)–(5) записана в безразмерных величинах:

$$x = kx_1, \quad z = kz_1, \quad t = \sqrt{kg} t_1, \quad \zeta = k\zeta^*, \quad \varphi = \left(k^2 / \sqrt{kg} \right) \varphi^*.$$

Здесь

$$D_1 = \frac{D}{\rho g}, \quad D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}, \quad Q_1 = \frac{Q}{\rho g}, \quad \kappa = h \frac{\rho_1}{\rho},$$

E, Q, h, ρ_1, ν – модуль нормальной упругости, продольное сжимающее усилие, толщина, плотность, коэффициент Пуассона льда соответственно; ρ – плотность жидкости; k – волновое число; g – ускорение силы тяжести; t – время; $\varphi(x, z, t)$ – потенциал скорости движения жидкости; $\zeta(x, t)$ – возвышение поверхности лед – жидкость.

Отметим, что в динамическом условии (2) выражение с κ представляет собой инерцию вертикальных смещений льда, первое слагаемое в скобках этого выражения характеризует нелинейность вертикального ускорения льда [20].

Выражения для составляющих орбитальной скорости движения частиц жидкости

Решение задачи (1)–(5) было найдено методом многих масштабов [21] в виде уравнений для трех приближений, учитывающих нелинейность ускорения вертикальных смещений продольно сжатого упругого льда [20]. Первое приближение возвышения поверхности бассейна ζ_1 задавалось в виде

$$\zeta_1 = \cos\theta + a_1 \cos 2\theta, \quad \theta = x + \tau T_0 + \beta(T_1, T_2),$$

где a_1 – амплитуда второй взаимодействующей гармоники, а $\beta(T_1, T_2)$ определяется из второго и третьего приближений. Здесь $T_1 = \varepsilon t$; $T_2 = \varepsilon^2 t$; $\varepsilon = ak$; a – амплитуда начальной гармоники. Итоговое выражение для потенциала скорости в безразмерных переменных с точностью до третьего приближения было найдено в следующем виде:

$$\begin{aligned} \varphi = & \varepsilon b_{11} \operatorname{ch}(z+H) \sin \theta + \sum_{n=1}^3 \varepsilon^n b_{n2} \operatorname{ch} 2(z+H) \sin 2\theta + \\ & + \sum_{n=2}^3 \varepsilon^n \sum_{j=3}^4 b_{nj} \operatorname{ch} j(z+H) \sin j\theta + \varepsilon^3 \sum_{n=5}^6 b_{3n} \operatorname{ch} n(z+H) \sin n\theta + \sum_{n=2}^3 \varepsilon^n b_{n0} t, \\ \theta = & x + \sigma t, \quad \sigma = \tau + \varepsilon \sigma_1 + \varepsilon^2 \sigma_2. \end{aligned}$$

Здесь

$$\tau^2 = (1 + D_1 k^4 - Q_1 k^2) (1 + \kappa k \operatorname{th} H)^{-1} \operatorname{th} H,$$

$$b_{11} = \frac{\tau}{\operatorname{sh} H}, \quad b_{12} = a_1 \frac{\tau}{\operatorname{sh} 2H},$$

$$b_{20} = \tau^2 \left(a_1^2 (1 + \operatorname{cth}^2 2H) + \frac{1}{4} (1 + \operatorname{cth}^2 H) + \kappa k \left(\frac{1}{2} \operatorname{cth} H + 4a_1^2 \operatorname{cth} 2H \right) \right),$$

$$b_{23} = \frac{l_3 \mu_3 + 3l_7 \tau}{3 \operatorname{sh} 3H (\mu_3 - 9\kappa k \tau^2 - 3\tau^2 \operatorname{cth} 3H)},$$

$$b_{24} = \frac{l_4 \mu_4 + 4l_8 \tau}{3\text{sh}4H(\mu_4 - 16\kappa k \tau^2 - 4\tau^2 \text{cth}4H)},$$

$$b_{30} = a_1 \tau^2 \left(2\text{cth}2H + \frac{1}{2} \text{cth}H + \kappa k \left(\frac{9}{4} + 2\text{cth}2H \text{cth}H - \frac{1}{4} \text{cth}^2 H \right) \right),$$

$$b_{3i} = \frac{j_i \mu_i + im_i \tau}{i \text{shi}H(\mu_i - i^2 \tau^2 \kappa k - i\tau^2 \text{cthi}H)}, i = 3 \dots 6,$$

$$\mu_i = 1 - i^2 Q l_1 k^2 + i^4 D_1 k^4, i = 1 \dots 6,$$

$$a_{23} = \mu_3^{-1} (l_7 + 3\tau b_{23} (\text{ch}3H - \kappa k 3\text{sh}3H)),$$

$$a_{24} = \mu_4^{-1} (l_8 + 4\tau b_{24} (\text{ch}4H - \kappa k 4\text{sh}4H)),$$

$$a_{3i} = (i\tau b_{3i} (\text{chi}H + i\kappa k \text{shi}H) + m_i) \mu_i^{-1}, i = 3 \dots 6,$$

$$a_1 = \pm \left(\frac{\mu_2 r_1}{4r_2 (2\tau^2 \text{cth}2H + 4\tau^2 \kappa k + \mu_2)(1 + 2\kappa k \text{th}2H)} \right)^{\frac{1}{2}},$$

$$r_1 = \left(2\text{cth}H + \text{th}2H \left(\text{cth}H \left(\frac{1}{2} \text{cth}H + 3\kappa k \right) - \frac{5}{2} \right) \right) (\tau^2 (\text{cth}H + \kappa k) + \mu_1),$$

$$r_2 = \tau^2 \left(\frac{1}{2} + \text{cth}2H \text{cth}H - \kappa k \left(\text{cth}2H - \frac{5}{2} \text{cth}H \right) \right) + \mu_1 \left(\frac{1}{2} \text{cth}H + \text{cth}2H \right),$$

$$l_3 = -\frac{3}{2} a_1 \tau (2\text{cth}2H + \text{cth}H), \quad l_4 = -4a_1^2 \text{cth}2H,$$

$$l_7 = a_1 \tau^2 \left(\frac{11}{2} - \text{cth}2H \text{cth}H + \kappa k \left(5\text{cth}2H - \frac{1}{2} \text{cth}H \right) \right),$$

$$l_8 = a_1^2 \tau^2 (5 - \text{cth}^2 2H + 4\kappa k \text{cth}2H),$$

$$j_3 = -\frac{5}{8} \tau - \frac{3}{8} a_1^2 \tau - 6b_{24} \text{ch}4H - \frac{3}{2} a_{24} \tau \text{cth}H + 3a_{23} \sigma_1,$$

$$j_4 = -\frac{9}{2} a_1 \tau - 6b_{23} \text{ch}3H - 2a_{23} \tau \text{cth}H + 4a_{24} \sigma_1,$$

$$j_5 = -\frac{69}{8} a_1^2 \tau - 10b_{24} \text{ch}4H - \frac{5}{2} a_{24} \tau \text{cth}H - 5a_1 \left(\frac{3}{2} b_{23} \text{ch}3H - a_{23} \tau \text{cth}2H \right),$$

$$j_6 = -5a_1^3 \tau - 6a_1 (2b_{24} \text{ch}4H - a_{24} \tau \text{cth}2H),$$

$$\sigma_1 = \frac{\tau\mu_2 \left(2\text{cth}H + \text{th}2H \left(\text{cth}H \left(\frac{1}{2} \text{cth}H + 3\kappa k \right) - \frac{5}{2} \right) \right)}{4a_1 (2\tau^2 \text{cth}2H + 4\tau^2 \kappa k + \mu_2) (1 + 2\kappa k \text{th}2H)},$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{4} \left(\frac{q_1}{\mu_1} + \frac{q_2}{2a_1\mu_2} \right),$$

$$m_3 = \tau \left(\frac{9}{2} a_1 \sigma_1 + 2b_{24} \text{ch}4H (2\text{th}4H - \text{cth}H) \right) + \\ + \frac{1}{2} \tau^2 \left(\frac{1}{4} \text{cth}H (1 - 23a_1^2) + 7a_1^2 \text{cth}2H - 3a_{24} \right) + 3b_{23} \sigma_1 \text{ch}3H + \\ + \kappa k \left(\tau \left(2b_{24} \text{sh}4H (11\text{cth}4H - 4\text{cth}H) + 3a_1 \sigma_1 \left(2\text{cth}2H + \frac{1}{2} \text{cth}H \right) \right) \right) + \\ + \tau^2 \left(a_1^2 \left(\frac{21}{8} - 2\text{cth}^2 2H - \frac{7}{2} \text{cth}H \text{cth}2H \right) - \frac{1}{8} - \frac{3}{2} a_{24} \text{cth}H - \frac{1}{2} \text{cth}^2 H \right) + 9b_{23} \sigma_1 \text{sh}3H \Big),$$

$$m_4 = \tau \left(4\sigma_1 a_1^2 + \frac{3}{2} b_{23} \text{ch}3H (5\text{th}3H - \text{cth}H) \right) + 2\tau^2 \left(a_1 \text{cth}2H - \frac{1}{4} a_1 \text{cth}H + a_{23} \right) + \\ + 4b_{24} \sigma_1 \text{ch}4H + \kappa k \left(\tau \left(\frac{3}{2} b_{23} \text{sh}3H (11\text{cth}3H - 3\text{cth}H) + 8a_1^2 \sigma_1 \text{cth}2H \right) \right) + \\ + \tau^2 \left(a_1 \left(\frac{37}{4} - 4\text{cth}2H \text{cth}H - \frac{3}{4} \text{cth}^2 H \right) + 2a_{23} \text{cth}H \right) + 16b_{24} \sigma_1 \text{sh}4H \Big),$$

$$m_5 = \tau \left(2b_{24} \text{ch}4H (6\text{th}4H - \text{cth}H) + 3b_{23} a_1 \text{ch}3H \left(\frac{7}{2} \text{th}3H - \text{cth}2H \right) \right) + \\ + \tau^2 \left(\frac{7}{2} a_1^2 \left(\text{cth}2H - \frac{1}{4} \text{cth}H \right) + 5a_{23} a_1 + \frac{5}{2} a_{24} \right) + \\ + \kappa k \left(\tau \left(2b_{24} \text{sh}4H (19\text{cth}4H - 4\text{cth}H) + 3b_{23} a_1 \text{sh}3H \left(\frac{11}{2} \text{cth}3H - 3\text{cth}2H \right) \right) \right) + \\ + \tau^2 \left(-a_1^2 \left(\frac{3}{8} + 6\text{cth}^2 2H + \frac{11}{2} \text{cth}2H \text{cth}H \right) + 10a_{23} a_1 \text{cth}2H + \frac{5}{2} a_{24} \text{cth}H \right) \Big),$$

$$m_6 = 4\tau b_{24} a_1 \text{ch}4H (4\text{th}4H - \text{cth}2H) + \tau^2 a_1 (a_1^2 \text{cth}2H + 6a_{24}) + \\ + 2\kappa k a_1 \left(4\tau b_{24} \text{sh}4H (5\text{cth}4H - 2\text{cth}2H) + \tau^2 (6a_{24} \text{cth}2H - a_1^2 (1 + 4\text{cth}^2 2H)) \right) \Big),$$

$$\begin{aligned}
q_1 = & \mu_1 \left(\frac{3}{2} b_{23} a_1 \operatorname{ch} 3H - \tau \left(\frac{3}{8} - \frac{15}{4} a_1^2 + a_{23} a_1 \operatorname{cth} 2H \right) \right) + \tau^2 a_1 \left(-\frac{1}{2} \sigma_1 + \right. \\
& + 3b_{23} \operatorname{ch} 3H \left(\frac{1}{2} \operatorname{th} 3H + \operatorname{cth} 2H \right) \left. \right) + \tau^3 \left(9a_1^2 \operatorname{cth} 2H + a_1 a_{23} + \frac{1}{4} \operatorname{cth} H \left(\frac{5}{2} - a_1^2 \right) \right) + \\
& + \kappa k \left(\tau^2 a_1 \left(3b_{23} \operatorname{sh} 3H \left(\frac{1}{2} \operatorname{cth} 3H + 3 \operatorname{cth} 2H \right) - 2\sigma_1 \operatorname{cth} 2H + \frac{1}{2} \sigma_1 \operatorname{cth} H \right) + \right. \\
& \left. + \tau^3 \left(2a_{23} a_1 \operatorname{cth} 2H + \frac{1}{2} \operatorname{cth}^2 H + \frac{3}{8} + a_1^2 \left(8 \operatorname{cth}^2 2H + \operatorname{cth} H \operatorname{cth} 2H + \frac{39}{4} \right) \right) \right), \\
q_2 = & \mu_2 \left(3b_{23} \operatorname{ch} 3H + 4b_{24} a_1 \operatorname{ch} 4H + \tau \left(a_{23} \operatorname{cth} H + 2a_{24} a_1 \operatorname{cth} 2H - 3a_1^3 \right) \right) + \\
& + 2\tau^2 \left(\frac{3}{2} b_{23} \operatorname{ch} 3H \left(\operatorname{cth} H - \operatorname{th} 3H \right) + 4b_{24} a_1 \operatorname{cth} 2H \operatorname{ch} 4H - \sigma_1 \right) + \\
& + 2\tau^3 \left(a_{23} + a_1 \left(3a_1 \operatorname{cth} H + 2a_{24} + \operatorname{cth} 2H \left(5a_1^2 - 2 \right) \right) \right) + \\
& + \kappa k \left(2\tau^2 \left(\frac{3}{2} b_{23} \operatorname{sh} 3H \left(3 \operatorname{cth} H - 5 \operatorname{cth} 3H \right) + 8b_{24} a_1 \operatorname{sh} 4H \left(2 \operatorname{cth} 2H - \operatorname{cth} 4H \right) - \sigma_1 \operatorname{cth} H \right) + \right. \\
& \left. + 2\tau^3 \left(2a_1^3 \left(3 + 4 \operatorname{cth} 2H \right) + a_1 \left(4 \operatorname{cth} 2H \left(a_{24} + \operatorname{cth} H \right) + \frac{1}{2} \operatorname{cth}^2 H - \frac{3}{2} \right) + a_{23} \operatorname{cth} H \right) \right).
\end{aligned}$$

При этом $b_{22} = b_{32} = a_2 = a_3 = l_1 = l_2 = l_5 = l_6 = j_1 = j_2 = m_1 = m_2 = 0$.

В размерных переменных выражение для потенциала скорости имеет вид

$$\begin{aligned}
\varphi = & a\sqrt{g/k} \sum_{n=1}^2 b_{1n} \operatorname{ch} nk(z+H) \sin n\theta + a^2 \sqrt{kg} \left(\sum_{n=3}^4 b_{2n} \operatorname{ch} nk(z+H) \sin n\theta + b_{20} t \right) + \\
& + a^3 k \sqrt{kg} \left(\sum_{n=3}^6 b_{3n} \operatorname{ch} nk(z+H) \sin n\theta + b_{30} t \right),
\end{aligned} \tag{6}$$

$$\theta = kx + \sqrt{kg} \left(\tau + ak\sigma_1 + a^2 k^2 \sigma_2 \right) t,$$

а в выражениях для b_{20} , b_{30} , b_{11} , b_{12} , b_{23} , b_{24} , b_{33} , b_{34} , b_{35} , b_{36} , σ_1 , σ_2 аргумент гиперболических функций заменяется на kH . Здесь и далее для выражений в размерных переменных у символов « x », « z », « t » опущен индекс 1, а у « φ » – знак «*». Следовательно, горизонтальная (u) и вертикальная (w) составляющие скорости движения однородной жидкости с учетом формулы (6) определяются выражениями

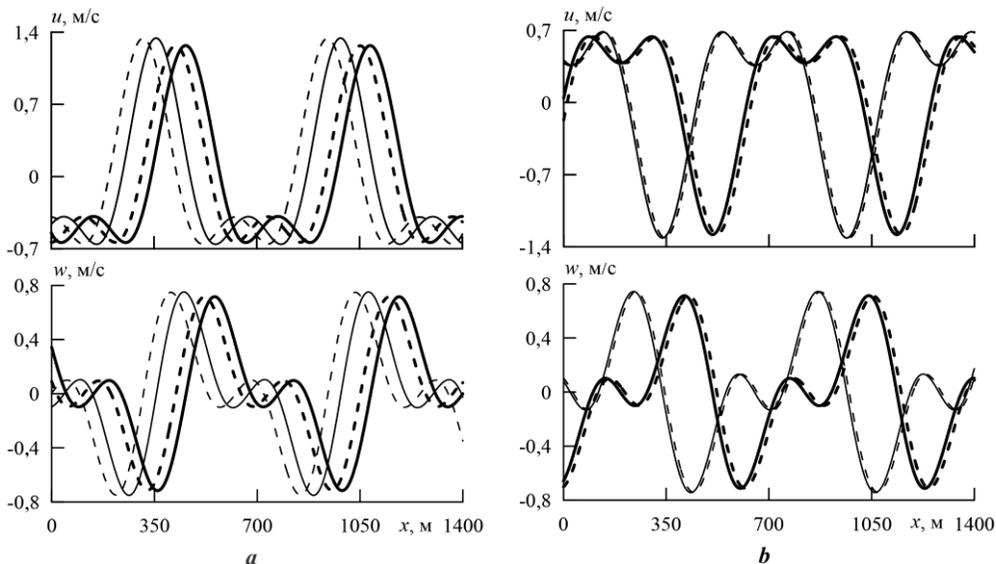
$$\begin{aligned}
u = & a\sqrt{kg} \sum_{n=1}^2 n b_{1n} \operatorname{ch} nk(z+H) \cos n\theta + a^2 k \sqrt{kg} \sum_{n=3}^4 n b_{2n} \operatorname{ch} nk(z+H) \cos n\theta + \\
& + a^3 k^2 \sqrt{kg} \sum_{n=3}^6 n b_{3n} \operatorname{ch} nk(z+H) \cos n\theta,
\end{aligned}$$

$$w = a\sqrt{kg} \sum_{n=1}^2 nb_{1n} \operatorname{sh} nk(z+H) \sin n\theta + a^2 k \sqrt{kg} \sum_n^4 nb \operatorname{sh} nk(z+H) \sin n\theta + a^3 k \sqrt{kg} \sum_{n=3}^6 nb_{3n} \operatorname{sh} nk(z-H) \sin n\theta.$$

Отметим, что полученное решение справедливо вне малых окрестностей резонансных значений волновых чисел k_i ($i = 1 \dots 4$) [20].

Анализ зависимости составляющих скорости движения жидкости от характеристик ледового покрова

Для оценки влияния характеристик ледового покрова на скорости волновых течений подо льдом численные расчеты выполнялись при $\rho_1/\rho = 0,87$; $\nu = 0,34$; $0 \leq h \leq 2$ м; E , равном 0; $5 \cdot 10^8$; 10^9 ; $3 \cdot 10^9$ Н/м², и условию $Q_1 < 2\sqrt{D}$, необходимом для устойчивости плавающего ледового покрова¹ [22].



Р и с. 1. Распределение составляющих скорости движения жидкости в условиях ледового сжатия, $Q_1 = \sqrt{D}$ (толстые линии), и при его отсутствии, $Q_1 = 0$ (тонкие линии), для случая, когда $a_1 > 0$ (a) и $a_1 < 0$ (b) при $\lambda/H = 10,47$. Штриховые линии – с учетом вертикального ускорения льда; сплошные – без учета

F i g. 1. Distribution of the fluid motion velocity components under ice compression, $Q_1 = \sqrt{D}$ (thick lines) and in its absence $Q_1 = 0$ (thin lines) for the case when $a_1 > 0$ (a) and $a_1 < 0$ (b) at $\lambda/H = 10.47$. Dashed lines are obtained with allowance for ice vertical acceleration; solid ones – without it

На рис. 1 представлено распределение горизонтальной и вертикальной составляющих скорости в условиях ледового сжатия, $Q_1 = \sqrt{D}$, и при его отсутствии, $Q_1 = 0$, для случая $a_1 > 0$ (рис. 1, a) и $a_1 < 0$ (рис. 1, b). Здесь

¹ Хейсин Д. Е. Динамика ледяного покрова. Л. : Гидрометеоздат, 1967. 215 с.

$E = 3 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2$, $H = 60 \text{ м}$, $a = 2 \text{ м}$, $h = 2 \text{ м}$, длина волны $\lambda = 628 \text{ м}$. Из рис. 1, a видно, что при распространении волны, сформированной при нелинейном взаимодействии двух гармоник, влияние сжимающего усилия проявляется в заметном уменьшении фазы и максимальных значений составляющих скорости движения жидкости. Учет нелинейности вертикального ускорения льда проявляется в ускорении смещения сформированного возмущения по сравнению с профилем, построенным без его учета. Эта тенденция остается и при наличии силы сжатия. Смена знака амплитуды второй взаимодействующей гармоники с минуса на плюс приводит к качественной и количественной трансформации профиля (рис. 1, b). Влияние сжимающего усилия сохраняется, однако нелинейность ускорения вертикальных смещений плавающего льда проявляется в уменьшении фазы волнового профиля.

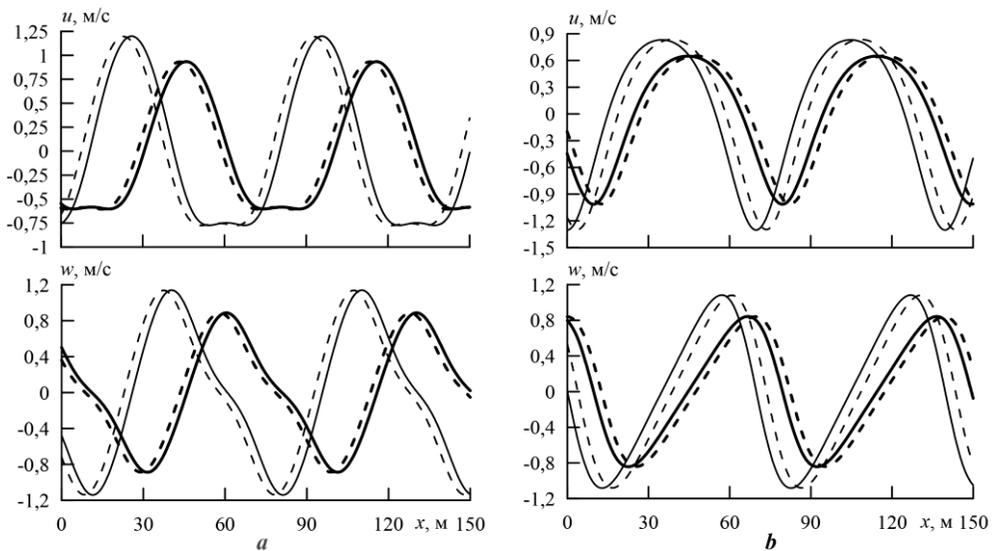


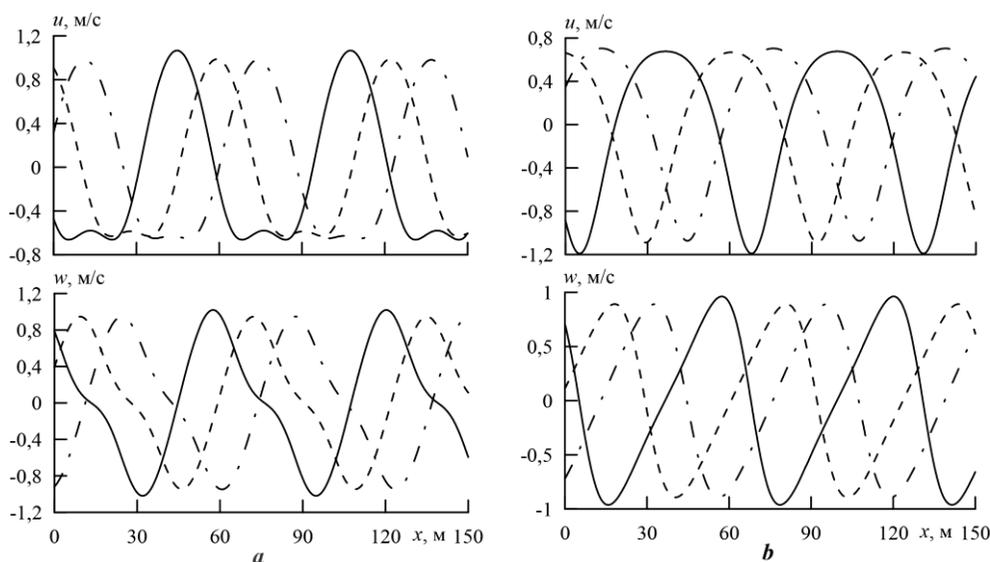
Рис. 2. Распределение составляющих скорости движения жидкости в условиях ледового сжатия, $Q_1 = \sqrt{D}$ (толстые линии), и при его отсутствии, $Q_1 = 0$ (тонкие линии), для случая $a_1 > 0$ (a) и $a_1 < 0$ (b) при $\lambda/H = 0,69$. Штриховые линии – с учетом вертикального ускорения льда; сплошные – без учета

Fig. 2. Distribution of fluid motion velocity components under ice compression, $Q_1 = \sqrt{D}$ (thick lines) and in its absence $Q_1 = 0$ (thin lines) for the case when $a_1 > 0$ (a) and $a_1 < 0$ (b) at $\lambda/H = 0.69$. Dashed lines are obtained with allowance for ice vertical acceleration; solid ones – without it

Для диапазона коротких волн (рис. 2) влияние ледового покрова при наличии сжимающего усилия проявляется более заметно, в сравнении с длинными волнами, в величинах фазового сдвига и амплитудных значениях составляющих скорости движения жидкости. Профили сформированных возмущений являются нелинейными. Здесь $E = 3 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2$, $H = 100 \text{ м}$, $a = 1 \text{ м}$, $h = 0,5 \text{ м}$, $Q_1 = \sqrt{D}$, $\lambda \approx 69 \text{ м}$. Отметим, что значениям вершин на профиле горизонтальной составляющей скорости $u(x)$ для изученных волновых возмущений так же, как и в случае взаимодействия волновых гармоник в бассейне с упругим ледовым покровом [23], линейном случае и при распространении

периодических изгибно-гравитационных волн конечной амплитуды [18, 19], соответствуют значения $w(x) = 0$. При этом значениям вершин на профиле $w(x)$ соответствуют значения $u(x) \neq 0$.

Влияние силы сжатия на составляющие скорости орбитального движения жидких частиц при изменении модуля упругости представлено на рис. 3 при $a_1 > 0$ (рис. 3, *a*) и $a_1 < 0$ (рис. 3, *b*). Здесь $H = 100$ м, $a = 1$ м, $h = 0,6$ м, $Q_1 = \sqrt{D}$, $E = 3 \cdot 10^9$ Н/м² (сплошная линия), $E = 10^9$ Н/м² (штриховая линия), $E = 5 \cdot 10^8$ Н/м² (штрихпунктирная линия). Профили составляющих скорости построены с учетом инерции вертикальных смещений льда. Из рисунка видно, что с уменьшением жесткости ледяного покрова происходит заметное отставание фазы колебания. При этом уменьшается и его амплитуда. При смене знака второй взаимодействующей гармоники деформируются профили составляющих скорости качественно и количественно. Изменение модуля упругости льда влияет на распределения составляющих скорости прежним образом.

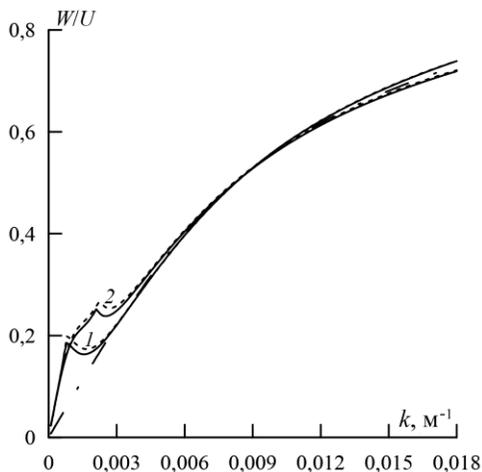


Р и с. 3. Распределение составляющих скорости движения жидкости в условиях ледяного сжатия, $Q_1 = \sqrt{D}$, для случая, когда $a_1 > 0$ (*a*) и $a_1 < 0$ (*b*). Сплошная линия соответствует $E = 3 \cdot 10^9$ Н/м²; штриховая – $E = 10^9$ Н/м²; штрихпунктирная – $E = 5 \cdot 10^8$ Н/м²

F i g. 3. Distribution of fluid motion velocity components under of ice compression, $Q_1 = \sqrt{D}$ for the case when $a_1 > 0$ (*a*) and $a_1 < 0$ (*b*). Solid line corresponds to $E = 3 \cdot 10^9$ Н/м², dashed line – to $E = 10^9$ Н/м², and dash-dotted one – to $E = 5 \cdot 10^8$ Н/м²

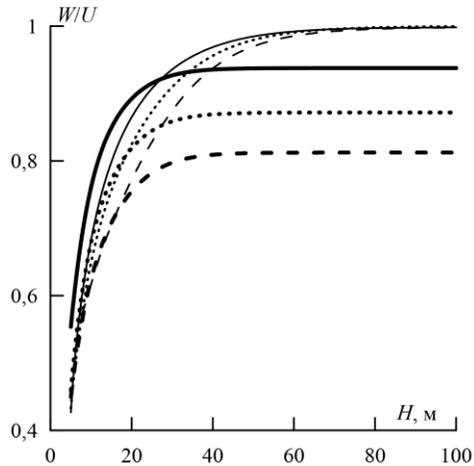
Распределение отношения максимальных по длине волны величин вертикальной составляющей (W) и горизонтальной составляющей (U) скорости по волновому числу в случае учета нелинейности вертикального ускорения льда представлено на рис. 4. Диапазон рассматриваемых волновых чисел расположен вне резонансных значений [20]. Здесь $H = 60$ м, $a = 1$ м, $h = 1$ м, $E = 3 \cdot 10^9$ Н/м². Видно, что в рассмотренном диапазоне k распределение W/U по волновому числу меньше единицы, следовательно, как и в случае распространения нелинейной периодической волны [18, 19], вертикальная состав-

ляющая не превосходит горизонтальную составляющую скорости. В отличие от линейного случая, распределение отношения W/U в диапазоне малых k не является монотонным, здесь заметно проявление сжимающего усилия и влияние знака амплитуды второй взаимодействующей гармоники. Отметим, что в этом диапазоне уменьшение модуля Юнга сказывается на уменьшении величины отношения как при $Q_1 \neq 0$, так и при $Q_1 = 0$. С ростом k наибольшее влияние на величину W/U оказывает знак амплитуды a_1 .



Р и с. 4. Распределение величины отношения W/U по волновому числу. Сплошные линии – $Q_1 = \sqrt{D}$; штриховые линии – $Q_1 = 0$, штрихпунктирная линия – линейный случай. Линии 1 соответствуют случаю, когда $a_1 > 0$; линии 2 – случаю, когда $a_1 < 0$

F i g. 4. Distribution of the W/U ratio value over the wave number. Solid lines – $Q_1 = \sqrt{D}$; dashed lines – $Q_1 = 0$ and dash-dotted one is a linear case. Lines 1 correspond to the case when $a_1 > 0$, and lines 2 – when $a_1 < 0$

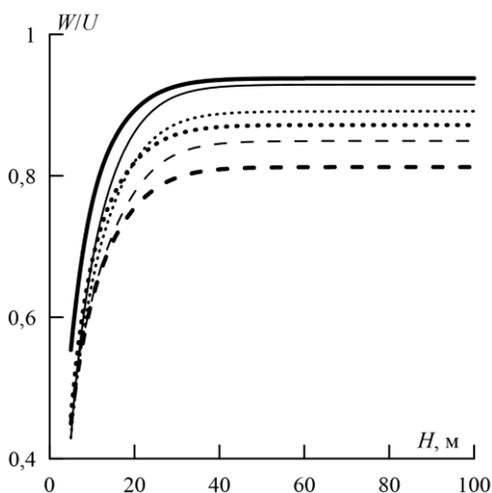


Р и с. 5. Распределение величины отношения W/U по глубине жидкости при $\lambda = 78,5$ м. Толстые линии – $h = 1$ м, $E = 3 \cdot 10^9$ Н/м², $Q_1 = \sqrt{D}$; тонкие линии – $h = E = Q_1 = 0$. Сплошные линии соответствуют случаю, когда $a_1 > 0$, штриховые линии – случаю, когда $a_1 < 0$, пунктирные линии – линейному случаю

F i g. 5. Distribution of the W/U ratio value over the fluid depth at $\lambda = 78.5$ m. Thick lines – $h = 1$ m, $E = 3 \cdot 10^9$ N/m², $Q_1 = \sqrt{D}$; thin ones – $h = E = Q_1 = 0$. Solid lines correspond to the case when $a_1 > 0$, dashed lines – when $a_1 < 0$, and dotted ones correspond to the linear case

Зависимость отношения максимальных по длине волны величин составляющих скорости от глубины бассейна для заданной длины волны λ представлена на рис. 5 с учетом нелинейности вертикального ускорения льда. Видно, что при наличии ледового покрова с увеличением глубины бассейна отношение вертикальной и горизонтальной составляющих скорости ($W/U_{h \neq 0}$) увеличивается и при $H > 40$ м отношение остается практически постоянным. Величина $W/U_{h \neq 0}$ зависит от знака второй взаимодействующей гармоники и может быть как больше величины этого отношения в линейном случае, так и меньше его. При отсутствии ледового покрова величина $W/U_{h=0} \sim \text{const}$ при $H > 80$ м. Из представленных распределений видно, что, начиная с $H > 40$ м, $W/U_{h \neq 0} < W/U_{h=0} < 1$, т. е. вертикальная составляющая не превышает горизонтальную, а наличие сплошного продольно сжатого упругого ледового покро-

ва уменьшает величину отношения в сравнении со случаем отсутствия льда. Отметим, что с увеличением амплитуды начальной гармоники при $a_1 > 0$ увеличивается отношение W/U , а при $a_1 < 0$ уменьшается. С уменьшением модуля упругости при $Q_1 = 0$ незначительно увеличивается отношение как при $a_1 > 0$, так и при $a_1 < 0$. Причем при $a_1 < 0$ – более заметно. Влияние сжимающего усилия на отношение W/U зависит от величины модуля нормальной упругости, к примеру при $H > 40$ м, $Q_1 = \text{const}$ и уменьшении E отношение W/U увеличивается.



Р и с. 6. Распределение величины отношения W/U по глубине жидкости при $\lambda = 78,5$ м. Толстые – $h = 1$ м, $E = 3 \cdot 10^9$ Н/м², $Q_1 = \sqrt{D}$; тонкие линии – $h = 1$ м, $E = Q_1 = 0$. Сплошные линии соответствуют случаю, когда $a_1 > 0$, штриховые линии – случаю, когда $a_1 < 0$, пунктирные линии – линейному случаю

F i g. 6. Distribution of the W/U ratio value over the fluid depth at $\lambda = 78.5$ m. Thick lines – $h = 1$ m, $E = 3 \cdot 10^9$ N/m², $Q_1 = \sqrt{D}$; thin ones – $h = 1$ m, $E = Q_1 = 0$. Solid lines correspond to the case when $a_1 > 0$, dashed lines – when $a_1 < 0$, and dotted ones correspond to the linear case

Распределение зависимости W/U по глубине H при $\lambda = 78,5$ м для случая абсолютно гибкого льда ($h \neq 0$, $E = Q_1 = 0$) и случая упругого продольно сжатого льда ($h \neq 0$, $E \neq 0$, $Q_1 \neq 0$) представлено на рис. 6 при учете нелинейности ускорения его вертикальных смещений. Толстые линии, как и на рис. 5, соответствуют случаю упругого продольно сжатого ледового покрова ($h = 1$ м, $E = 3 \cdot 10^9$ Н/м², $Q_1 = \sqrt{D}$, $a = 1$ м). Тонкие линии – случай абсолютно гибкого льда (битый лед), здесь $h = 1$ м, $E = Q_1 = 0$, $a = 1$ м. Сплошные линии – $a_1 > 0$, штриховые линии – $a_1 < 0$, пунктирные линии – линейный случай. Видно, что, начиная с $H > 30$ м, распределения W/U для случая битого льда ($W/U_{E=0}$) $\sim \text{const}$ и находятся внутри распределения для упругого, продольно сжатого льда ($W/U_{Q_1 \neq 0}$) $\sim \text{const}$, это сохраняется и в случае упругого льда ($Q_1 = 0$). Для случая, когда $a_1 > 0$, $W/U_{E=0} < W/U_{Q_1 \neq 0}$, а для линейного случая и случая, когда $a_1 < 0$, $W/U_{Q_1 \neq 0} < W/U_{E=0}$. Отметим, что влияние учета нелинейности вертикального ускорения льда на отношение W/U с увеличением глубины бассейна

наиболее заметно проявляется в случае абсолютно гибкого льда. При $a_1 > 0$ величина отношения W/U уменьшается, а при $a_1 < 0$ – увеличивается, причем влияние нелинейности ускорения льда более заметно при $a_1 < 0$.

Заключение

На основе полученного решения задачи о нелинейном взаимодействии прогрессивных поверхностных волн в бассейне конечной глубины с плавающим продольно сжатым упругим льдом выполнен анализ распределений составляющих скорости движения частиц жидкости по длине сформированной волны под плавающим ледовым покровом. Исследовано влияние толщины, модуля упругости и сжимающего усилия ледового покрова, учета нелинейности вертикального ускорения льда, амплитуды второй взаимодействующей гармоники на вертикальную и горизонтальную составляющие скорости движения жидких частиц.

Получено, что сжимающее усилие обуславливает уменьшение фазы и максимальных значений составляющих скорости движения жидкости. Изменение знака амплитуды второй взаимодействующей гармоники проявляется в существенной трансформации профиля и влияет на фазу сформированного возмущения при учете нелинейности вертикального ускорения льда. При фиксированном значении силы сжатия уменьшение жесткости ледяного покрова приводит к заметному отставанию фазы колебания.

Распределение максимальных по длине волны величин отношения вертикальной и горизонтальной составляющих скорости по волновому числу в диапазоне малых волновых чисел не является монотонным – заметно проявление сжимающего усилия и влияние знака амплитуды второй взаимодействующей гармоники в сравнении с линейным случаем. Для заданной длины волны наблюдается различие в величинах отношения для случаев открытой поверхности, битого льда и сплошного, продольно сжатого упругого льда. Существует значение глубины, начиная с которого для всех рассмотренных случаев отношения вертикальной и горизонтальной составляющих скорости остаются практически постоянными и меньше единицы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Squire V. A.* Of ocean waves and sea-ice revisited // *Cold Regions Science and Technology*. 2007. Vol. 49, iss. 2. P. 110–133. <https://doi.org/10.1016/j.coldregions.2007.04.007>
2. *Takagi K.* Interaction between solitary wave and floating elastic plate // *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*. 1997. Vol. 123, iss. 2. P. 57–62. [doi:10.1061/\(ASCE\)0733-950X\(1997\)123:2\(57\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-950X(1997)123:2(57))
3. *Букатов А. Е.* Волны в море с плавающим ледяным покровом. Севастополь : ФБГУН МГИ, 2017. 360 с.
4. *Shen H. H.* Wave-Ice Interaction Models and Experimental Observations : conference paper // *IUTAM Symposium on Physics and Mechanics of Sea Ice*. Cham : Springer, 2022. P. 183–200. https://doi.org/10.1007/978-3-030-80439-8_9
5. Механика колебаний и волн во льдах Северного Ледовитого океана при явлениях сжатия и торошения / В. Н. Смирнов [и др.] // *Проблемы Арктики и Антарктики*. 2020. Т. 66, № 3. С. 321–336. <https://doi.org/10.30758/0555-2648-2020-66-3-321-336>.
6. Velocity profiles and incipient motion of frazil particles under ice cover / J. Sui [et al.] // *International Journal of Sediment Research*. 2010. Vol. 25, iss. 1. P. 39–51. [https://doi.org/10.1016/S1001-6279\(10\)60026-1](https://doi.org/10.1016/S1001-6279(10)60026-1)

7. *Ogasawara T., Sakai S.* Numerical analysis of the characteristics of waves propagating in arbitrary ice-covered sea // *Annals of Glaciology*. 2006. Vol. 44. P. 95–100. <https://doi.org/10.3189/172756406781811402>
8. *Коробкин А. А., Папин А. А., Хабхнашева Т. И.* Математические модели снежно-ледового покрова. Барнаул : Изд-во АлтГУ, 2013. 116 с.
9. *Stokes G.* On the theory of oscillatory waves // *Mathematical and Physical Papers*. Cambridge : Cambridge University Press, 2009. P. 197–229. (Cambridge Library Collection – Mathematics ; vol. 1). doi:10.1017/CBO9780511702242.013
10. *Curcic M., Chen S. S., Özgökmen T. M.* Hurricane-induced ocean waves and stokes drift and their impacts on surface transport and dispersion in the Gulf of Mexico // *Geophysical Research Letters*. 2016. Vol. 43, iss. 6. P. 2773–2781. doi:10.1002/2015GL067619
11. *Нестеров С. В.* Возбуждение волн конечной амплитуды бегущей системой давлений // *Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана*. 1968. Т. 4, № 10. С. 1123–1125.
12. *Ньюмен Д.* Морская гидродинамика. Л. : Судостроение, 1985. 367 с.
13. *Longuet-Higgins M.* Lagrangian moments and mass transport in Stokes waves // *Journal of Fluid Mechanics*. 1987. Vol. 179. P. 547–555. <https://doi.org/10.1017/S0022112087001654>
14. *Алешков Ю. З.* Течения и волны в океане. СПб. : Изд-во С.-Петербургского университета, 1996. 224 с.
15. *Букатов Ант. А., Букатова О. М.* Скорости движения жидкости в бегущей периодической волне конечной амплитуды // *Системы контроля окружающей среды*. Севастополь : МГИ НАН Украины, 2008. Вып. 11. С. 269–271.
16. *Букатов А. Е., Жарков В. В.* Влияние битого льда на скорость волновых течений при прохождении прогрессивных волн над уступом дна // *Морской гидрофизический журнал*. 2001. № 5. С. 3–14.
17. *Bukatov A. E., Bukatov A. A.* Propagation of surface waves of finite amplitude in a basin with floating broken ice // *International Journal of Offshore and Polar Engineering*. 1999. Vol. 9, № 3. P. 161–166.
18. *Букатов Ант. А., Букатов Анд. А.* Скорости движения жидких частиц под плавающим ледяным покровом при распространении периодической волны конечной амплитуды // *Морской гидрофизический журнал*. 2011. № 1. С. 15–24.
19. *Букатов Ант. А., Букатова О. М.* Влияние ледового сжатия на составляющие скорости движения жидкости под ледяным покровом в бегущей периодической изгибно-гравитационной волне конечной амплитуды // *Морской гидрофизический журнал*. 2011. № 4. С. 28–35.
20. *Букатов А. А.* Нелинейные колебания плавающей продольно сжатой упругой пластинки при взаимодействии волновых гармоник конечной амплитуды // *Известия РАН. Механика жидкости и газа*. 2019. № 2. С. 48–58. doi:10.1134/S056852811902004X
21. *Найфэ А. Х.* Методы возмущений. М. : Мир, 1976. 455 с.
22. *Букатов А. Е.* Влияние продольного сжатия на неустановившиеся колебания упругой пластинки, плавающей на поверхности жидкости // *Прикладная механика*. 1981. Т. 17, № 1. С. 93–98.
23. *Букатов А. А.* Скорость волновых течений под плавающим упругим льдом, формируемых при нелинейном взаимодействии волновых гармоник // *Морской гидрофизический журнал*. 2022. Т. 38, № 1. С. 5–17. doi:10.22449/0233-7584-2022-1-5-17

Об авторе:

Букатов Антон Алексеевич, ведущий научный сотрудник, отдел океанографии, ФГБУН ФИЦ МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), кандидат физико-математических наук, **ORCID ID: 0000-0002-1165-8428**, **ResearchID: P-6733-2017**, newisland@list.ru

Особенности и причины пространственной неоднородности потоков механической энергии в Черном море

А. А. Павлушин

Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, Россия
✉ pavlushin@mhi-ras.ru

Поступила в редакцию 04.08.2022; одобрена после рецензирования 23.11.2022;
принята к публикации 09.03.2023.

Аннотация

Цель. Цель работы состоит в определении причин пространственной неоднородности потоков механической энергии, возникающих при формировании и эволюции крупномасштабных течений в Черном море. Неравномерность распределения потоков энергии по акватории моря была выявлена при анализе осредненных по времени полей энергетических характеристик, полученных методом численного моделирования.

Методы и результаты. С использованием данных экспериментов, проведенных с помощью двухслойной вихререзающей модели, рассчитаны составляющие энергетического баланса восточной и западной частей Черного моря. В результате осреднения энергетических характеристик по времени и по площади в пределах выбранных областей построена интегральная схема потоков механической энергии. Для подтверждения гипотезы о влиянии β -эффекта на перераспределение энергетических потоков проведен дополнительный эксперимент с постоянным параметром Корнолиса и рассчитаны балансы энергии методом, аналогичным применяемому в первом эксперименте.

Выводы. Установлено, что в Черном море под влиянием β -эффекта происходит перераспределение потоков энергии по площади бассейна. В восточной половине моря осуществляется накачка течений энергией ветра и идет процесс формирования потенциальной энергии, которая затем вследствие адвекции горизонтальными течениями переносится на запад. В западной части моря перенесенная с востока потенциальная энергия переходит в кинетическую энергию течений, значительная часть которой диссипирует вследствие придонного трения и горизонтальной турбулентной вязкости. Оставшаяся часть кинетической энергии переносится течением в верхнем слое моря обратно в восточную половину бассейна, где снова участвует в процессе формирования потенциальной энергии.

Ключевые слова: Черное море, энергетический баланс, переходы энергии, крупномасштабная циркуляция, β -эффект, волны Россби

Благодарности: работа выполнена в рамках государственного задания по теме FNNN-2021-0003 «Развитие методов оперативной океанологии на основе междисциплинарных исследований процессов формирования и эволюции морской среды и математического моделирования с привлечением данных дистанционных и контактных измерений».

Для цитирования: Павлушин А. А. Особенности и причины пространственной неоднородности потоков механической энергии в Черном море // Морской гидрофизический журнал. 2023. Т. 39, № 3. С. 328–341. EDN OSWDCN. doi:10.29039/0233-7584-2023-3-328-341

Features and Reasons for Spatial Heterogeneity of Mechanical Energy Flows in the Black Sea

A. A. Pavlushin

Marine Hydrophysical Institute, Russian Academy of Sciences, Sevastopol, Russia
✉ pavlushin@mhi-ras.ru

Abstract

Purpose. The work is aimed at determining the reasons for the spatial inhomogeneity of mechanical energy flows that arise during formation and evolution of the large-scale currents in the Black Sea. The uneven distribution of energy flows over the sea area was revealed in the analysis of time-averaged fields of the energy characteristics resulted from numerical simulation.

Methods and Results. The data of numerical experiments performed using the two-layer eddy-resolving model permitted to calculate the energy balance components in the eastern and western parts of the Black Sea. Averaging the energy characteristics over time and area within the selected areas made it possible to construct an integrated scheme of mechanical energy flows. To confirm the hypothesis on influence of the β -effect on the redistribution of energy flows, an additional experiment including the constant Coriolis parameter was carried out, and the energy balances were calculated by the method similar to the one applied in the first experiment.

Conclusions. It is revealed that under the impact of the β -effect, the energy flows are redistributed over the Black Sea basin area. In the eastern half of the sea, the currents are pumped with wind energy and there is the process of formation of potential energy, which later, due to advection, is transferred to the west by the currents. In the western part of the sea, the potential energy that had been transported from the eastern half of the basin is converted into the kinetic energy of currents, a significant part of which dissipates due to the bottom friction and the horizontal turbulent viscosity. The rest of the kinetic energy is transported back to the basin eastern part by the current in the sea upper layer, where it again participates in the process of forming the potential energy.

Keywords: Black Sea, energy balance, energy conversions, large-scale circulation, β -effect, Rossby waves

Acknowledgements: The study was carried out within the framework of the state assignment on theme FNNN-2021-0003 “Development of operational oceanology methods based on interdisciplinary research of the processes of marine environment formation and evolution, and mathematical modeling using the data of remote and contact measurements”.

For citation: Pavlushin A.A., 2023. Features and Reasons for Spatial Heterogeneity of Mechanical Energy Flows in the Black Sea. *Physical Oceanography*, 30(3), pp. 302-314. doi:10.29039/1573-160X-2023-3-302-314

Введение

Важным моментом в изучении морской динамики является правильное понимание процессов преобразования механической энергии, возникающих при формировании и пространственно-временной эволюции полей течений в морях и океанах. Под механической энергией понимается кинетическая и потенциальная энергия. Процессы ее преобразования включают в себя поступление энергии через морскую поверхность или боковые границы, взаимные переходы между кинетической и потенциальной энергией, диссипацию энергии вследствие придонного трения и турбулентной вязкости, адвективный перенос

энергии течениями. Указанные процессы описываются уравнениями энергетического баланса, которые можно получить из уравнений движения и формул для кинетической и потенциальной энергии.

Исследованию пространственно-временной изменчивости энергетических характеристик морских течений посвящено много научных работ, в одних оцениваются составляющие баланса механической энергии [1–3], в других предметом рассмотрения являются переходы энергии между движениями различных масштабов (крупномасштабные течения и вихревые образования) [4–8]. Также вычисление энергетических потоков между кинетической и доступной потенциальной энергией применяется для оценки вкладов бароклинной и баротропной составляющих в неустойчивость течений [9–11].

В представленной работе для анализа энергетических характеристик крупномасштабной циркуляции в Черном море используются результаты численного моделирования в рамках двухслойной вихререзающей модели [8, 12, 13]. Данная модель является энергетически сбалансированной и на качественном уровне хорошо описывает особенности крупномасштабной динамики Черного моря, позволяет учесть основные факторы, определяющие формирование и изменчивость крупномасштабной циркуляции и мезомасштабных вихревых структур. Такими факторами являются вертикальная стратификация вод, нелинейность адвективных членов в уравнениях движения, форма бассейна и изрезанность береговой линии, рельеф дна и β -эффект [13]. При использовании для возбуждения движения в модели стационарного или периодически меняющегося ветра удастся получить выход решения задачи на статистически равновесный режим, что является условием, дающим возможность рассматривать и анализировать не зависящие от времени средние значения исследуемых параметров.

Возможность получения статистически равновесного решения есть одна из причин выбора двухслойной модели для проведения расчетов, но, с другой стороны, использование упрощенной модели может быть поводом для критики сделанных в данной работе выводов. Поэтому имеет смысл сравнить результаты расчета энергетических параметров в двухслойной модели с результатами подобных вычислений, полученных с помощью других, более «продвинутых», моделей. Интересной и перспективной в этом смысле представляется работа [14], в которой описывается численный эксперимент по моделированию циркуляции Черного моря с помощью модели *DieCAST*. В работе отмечается, что за 24 года в модели был получен квазипериодический режим циркуляции.

В работе [8], посвященной исследованию энергетических переходов в двухслойной модели Черного моря, в числе прочего были рассчитаны осредненные за большой период времени поля различных энергетических характеристик. При этом отмечены существенные различия в пространственном распределении источников и стоков энергии. В частности, было получено, что поток энергии, поступающей в море от ветра, сосредоточен в восточной половине (рис. 1, *a*), а районы, где отмечается максимальная диссипация энергии, расположены в западной части вдоль края северо-западного шельфа (рис. 1, *b*). Таким образом, море получает энергию преимущественно в восточной части, а теряет – в западной.

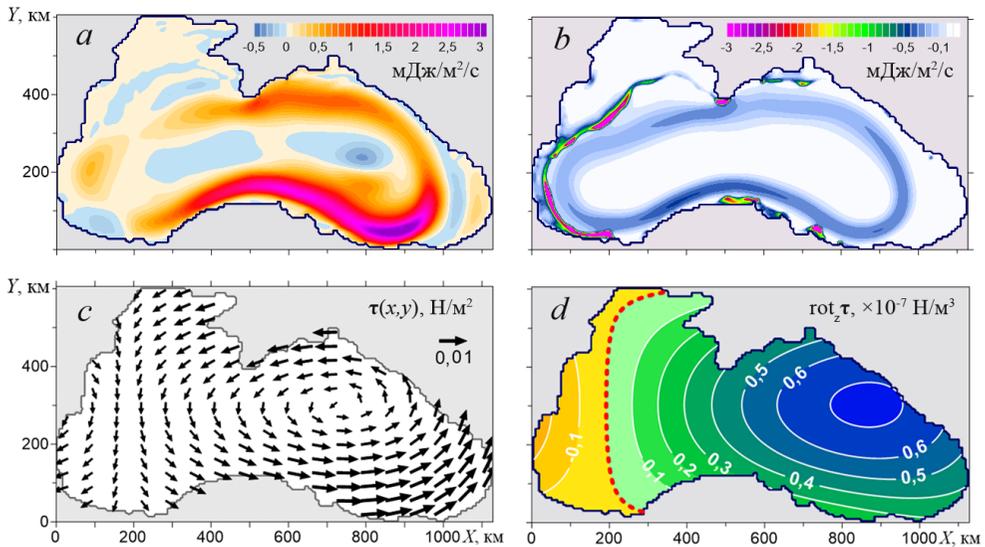


Рис. 1. Пространственное распределение осредненной по времени работы касательного напряжения ветра (*a*) и средней диссипации энергии вследствие трения на нижней границе верхнего слоя (*b*), касательного напряжения ветра (*c*) и его завихренности (*d*)

Fig. 1. Spatial distribution of the time-averaged work of tangential wind stress (*a*) and average energy dissipation due to friction at the upper layer lower boundary (*b*), tangential wind stress (*c*) and wind vorticity (*d*)

Неравномерность ветровой накачки энергией крупномасштабных черноморских течений, о существовании которой ранее упоминалось в работе [15], объясняется особенностями распределения завихренности касательного напряжения ветра над акваторией Черного моря [15, 16]. Что касается локализации зон с максимальной диссипацией энергии придонным трением вдоль материкового шельфа в западной части моря, то в научной литературе описания и объяснения данного феномена не встречается.

Данная работа посвящена выяснению причин пространственной неоднородности осредненных по времени потоков энергии в Черном море.

Материалы и методы

В работе использованы результаты численных экспериментов, выполненных с помощью двухслойной вихререзающей модели [8], ветровое воздействие в которой задавалось стационарным полем касательного напряжения ветра (рис. 1, *c*, *d*) с неоднородной по площади завихренностью. Параметры модели: разрешение по пространству (размер горизонтальной ячейки) $\Delta x = \Delta y = 3000$ м; шаг по времени $\Delta t = 120$ с; коэффициент горизонтальной турбулентной вязкости, параметризованной бигармоническим оператором, $A_B = 2 \cdot 10^8$ м⁴/с; коэффициент придонного трения, пропорционального квадрату скорости, $r_H = 0,002$; коэффициент линейного трения между слоями $r_L = 2 \cdot 10^{-6}$ м/с; редуцированное ускорение свободного падения $g' = 0,032$ м/с²; параметр Кориолиса $f = f_0 + \beta y$, где $f_0 = 10^{-4}$ 1/с, $\beta = 2 \cdot 10^{-11}$ 1/с/м; толщина верхнего слоя

в состоянии покоя $h_0 = 100$ м. Эмпирические коэффициенты придонного трения и горизонтальной турбулентной вязкости были подобраны исходя из лучшего соответствия результатов моделирования данным наблюдений черноморской циркуляции [17, 18].

Необходимые для вычисления энергетических характеристик данные представляют собой полученные в численных экспериментах мгновенные значения уровня моря, толщины верхнего слоя, горизонтальных составляющих скорости течений в узлах расчетной сетки с дискретностью по времени 1 сут.

Для расчета кинетической энергии использовались следующие формулы:

$$e_1 = \rho \frac{u_1^2 + v_1^2}{2}, \quad e_2 = \rho \frac{u_2^2 + v_2^2}{2}, \quad K_1 = h_1 e_1, \quad K_2 = h_2 e_2,$$

где e_1, e_2 – кинетическая энергия единицы объема воды в верхнем и нижнем слоях; ρ – средняя плотность воды в море (следствие приближения Буссинеска); $(u_1, v_1), (u_2, v_2)$ – составляющие скорости течений в слоях; K_1, K_2 – кинетическая энергия столба воды единичного сечения в верхнем и нижнем слоях; h_1, h_2 – толщина слоев.

Энергетика двухслойной модели описывается системой уравнений энергетического баланса, состоящей из уравнений для кинетической энергии верхнего и нижнего слоя K_1, K_2 и уравнения для потенциальной энергии.

Уравнения энергетического баланса для K_1, K_2 можно получить, если умножить уравнения движения на соответствующие составляющие скорости течений, сложить и сделать несложные преобразования:

$$\begin{aligned} \frac{\partial K_1}{\partial t} + \frac{\partial u_1 h_1 e_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1 h_1 e_1}{\partial y} &= W_{G1} + W_{\tau} + W_{RL1} + W_{AB1}, \\ \frac{\partial K_2}{\partial t} + \frac{\partial u_2 h_2 e_2}{\partial x} + \frac{\partial v_2 h_2 e_2}{\partial y} &= W_{G2} + W_{RL2} + W_{RD} + W_{AB2}. \end{aligned} \quad (1)$$

Члены в левой части уравнений (1) представляют собой локальные производные по времени и дивергенции потоков кинетической энергии в верхнем и нижнем слоях. В правой части уравнений находятся члены, описывающие работы в единицу времени (мощность) сил, входящих в уравнения движения. Эти работы определяют соответствующие потоки и переходы энергии: W_{G1}, W_{G2} – работа сил гидростатического давления, равна переходу между кинетической и потенциальной энергией в верхнем и нижнем слое соответственно; W_{τ} – работа касательного напряжения ветра, равна притоку энергии от ветра (ветровая накачка); W_{RL1}, W_{RD} – диссипация энергии вследствие работы силы трения на нижней границе верхнего и нижнего слоя; W_{RL2} – поступление энергии в нижний слой за счет работы силы трения на жидкой границе между слоями; W_{AB1}, W_{AB2} – диссипация энергии вследствие работы сил горизонтальной турбулентной вязкости в слоях.

Уравнение баланса потенциальной энергии получается дифференцированием по времени потенциальной энергии положения (P) столба воды единичного сечения от поверхности до дна:

$$P = -\int_{\zeta}^H \rho(z)gzdz = -\int_{\zeta}^{h_1+\zeta} \rho_1gzdz - \int_{h_1+\zeta}^H \rho_2gzdz,$$

$$P = -\rho_1g \frac{(h_1+\zeta)^2}{2} + \rho_1g \frac{\zeta^2}{2} - \rho_2g \frac{H^2}{2} + \rho_2g \frac{(h_1+\zeta)^2}{2},$$

$$P = -\rho_2g \frac{H^2}{2} + \rho_2g' \frac{(h_1+\zeta)^2}{2} + \rho_1g \frac{\zeta^2}{2},$$

где H – глубина моря. После дифференцирования P по t и использования приближений Буссинеска и «твердой крышки» получим искомое уравнение

$$\frac{\partial P}{\partial t} - \rho g' \left(\frac{\partial u_2 h_2 h_1}{\partial x} + \frac{\partial v_2 h_2 h_1}{\partial y} \right) - \rho g \left(\frac{\partial U \zeta}{\partial x} + \frac{\partial V \zeta}{\partial y} \right) = -W_{G1} - W_{G2}, \quad (2)$$

где $U = u_1 h_1 + u_2 h_2$, $V = v_1 h_1 + v_2 h_2$ – составляющие полного потока.

Потоки W_{G1} , W_{G2} с разными знаками входят одновременно в уравнения баланса кинетической (уравнение (1)) и потенциальной (уравнение (2)) энергии, тем самым обеспечивая энергетическую связь между верхним и нижним слоем.

Потоки энергии в уравнениях (1) и (2) рассчитывались по следующим формулам:

$$W_{\tau} = u_1 \tau^x + v_1 \tau^y,$$

$$W_{RL1} = u_1 R_{L1}^x + v_1 R_{L1}^y, \quad W_{RL2} = u_2 R_{L2}^x + v_2 R_{L2}^y, \quad W_{RD} = u_2 R_D^x + v_2 R_D^y,$$

$$W_{G1} = \rho g (u_1 h_1 \zeta_x + v_1 h_1 \zeta_y), \quad W_{G2} = \rho g (u_2 h_2 \zeta_x + v_2 h_2 \zeta_y) + \rho g' (u_2 h_2 h_{1x} + v_2 h_2 h_{1y}),$$

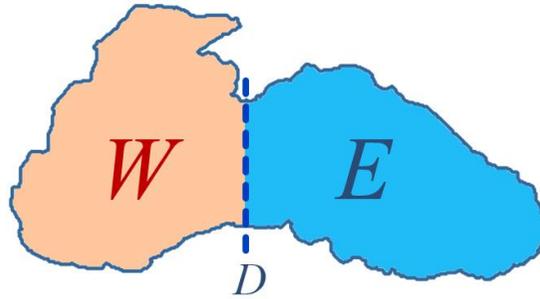
$$W_{AB1} = \rho (u_1 A_B \nabla (h_1 \nabla (\Delta u_1)) + v_1 A_B \nabla (h_1 \nabla (\Delta v_1))),$$

$$W_{AB2} = \rho (u_2 A_B \nabla (h_2 \nabla (\Delta u_2)) + v_2 A_B \nabla (h_2 \nabla (\Delta v_2))),$$

где (τ^x, τ^y) – составляющие касательного напряжения ветра на поверхности моря; $(R_{L1}^x, R_{L1}^y), (R_{L2}^x, R_{L2}^y)$ – составляющие сил трения на поверхности раздела слоев; (R_D^x, R_D^y) – составляющие силы придонного трения; A_B – эмпирический коэффициент горизонтальной турбулентной вязкости.

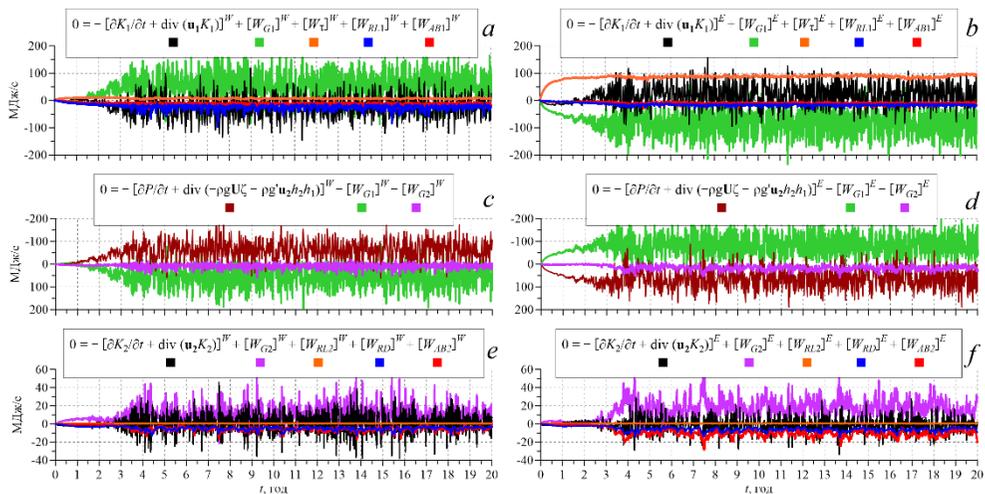
Изучение мгновенных полей энергетических характеристик представляется сложным вследствие нелинейности уравнений энергетического баланса и значительной изменчивости энергетических характеристик. Одним из методов исследования подобных процессов является вычисление и анализ их осредненных по времени и/или пространству значений. Подобный подход был использован в работе [8], в которой энергетические характеристики осреднялись по всей акватории моря.

Анализ осредненных по всей площади моря данных не позволил объяснить пространственную неравномерность распределения потоков энергии. Чтобы сделать это, Черное море было условно разделено на западную и восточную части по меридиану, проходящему через м. Сарыч в Крыму (рис. 2).



Р и с. 2. Разделение Черного моря на западную (W) и восточную (E) части по разрезу D
F i g. 2. Division of the Black Sea into the western (W) and eastern (E) parts along section D

Отдельно для западной и восточной частей моря были рассчитаны средние по площади энергетические балансы (рис. 3, в верхнем ряду расположены балансы K_1 , в среднем ряду – балансы P , в нижнем ряду – балансы K_2).



Р и с. 3. Графики изменения во времени средних по акватории составляющих энергетического баланса для западной (слева) и восточной (справа) частей Черного моря. Выражения в квадратных скобках с верхним индексом означают осреднение по площади

F i g. 3. Graphs of time changes of the water area average components of the energy balance for the western (left) and eastern (right) parts of the Black Sea. Expressions in square brackets with a superscript denote area averaging

В нижнем слое моря балансы кинетической энергии течений K_2 в западной и восточной частях бассейна (рис. 3, e, f) сходны между собой, они показывают, что кинетическая энергия нижнего слоя формируется за счет перехода из потенциальной энергии (фиолетовая кривая). Диссипация энергии в нижнем слое происходит вследствие придонного трения (синяя кривая) и горизонтальной турбулентной вязкости (красная кривая). Поступление кинетической энергии в нижний слой моря за счет трения между слоями (оранжевая кривая) пренебрежимо мало, из чего следует, что трение на границе слоев приводит в основном к диссипации кинетической энергии течений в верхнем слое моря.

Отличия между балансами энергии K_1 (рис. 3, *a, b*) и P (рис. 3, *c, d*) в западной и восточной частях бассейна значительны.

В восточной половине моря (рис. 3, *b*) происходит пополнение кинетической энергии течений K_1 за счет притока энергии от ветра (оранжевая кривая). Некоторая часть K_1 тратится на диссипацию (синяя и красная кривые), но большая ее часть переходит в потенциальную энергию (зеленая кривая), которая затем расходуется на пополнение кинетической энергии течений в нижнем слое (фиолетовая кривая) и на дивергенцию потока P (коричневая кривая) (рис. 3, *d*).

Также на рис. 3, *b* обращает на себя внимание график конвергенции потока кинетической энергии K_1 (черная кривая), расположенный в области положительных значений. Таким образом, можно сказать, что в восточной половине моря имеется дополнительный к ветровой накачке источник кинетической энергии, обусловленный конвергенцией адвективного потока K_1 .

В западной части моря, напротив, наблюдается дивергенция потока K_1 (рис. 3, *a*, черная кривая) и конвергенция потока P (рис. 3, *c*, коричневая кривая). Основным источником пополнения кинетической энергии K_1 в западной части бассейна (рис. 3, *a*) является переход из потенциальной энергии (зеленая кривая). Диссипация энергии вследствие придонного трения в два раза превышает аналогичные потери в восточной половине моря (синяя кривая).

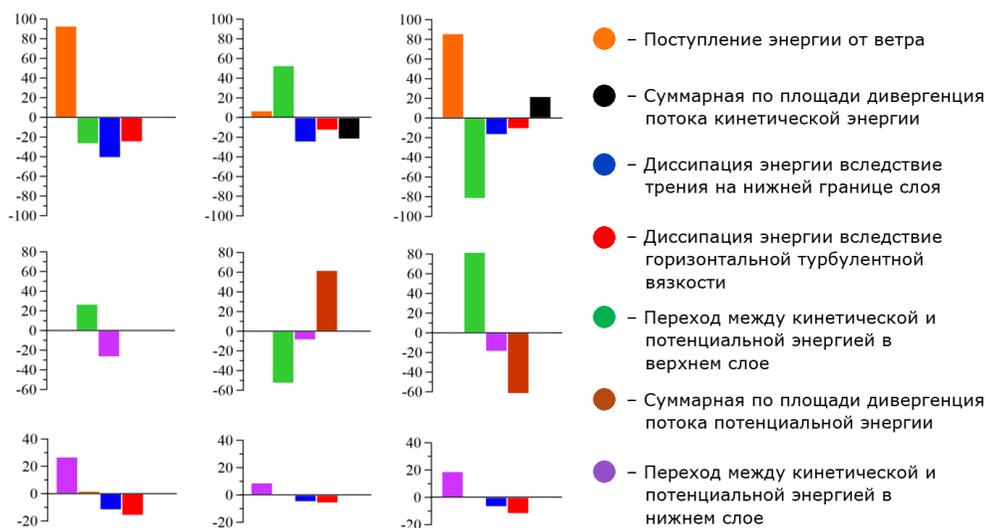


Рис. 4. Осредненные по времени суммарные по площади составляющие энергетического баланса (МДж/с) в эксперименте с учетом β -эффекта. Левая колонка – море в целом, средняя колонка – западная половина, правая колонка – восточная половина. Верхний ряд – балансы K_1 , средний ряд – балансы P , нижний ряд – балансы K_2

Fig. 4. Time-averaged and area-aggregated components of the energy balance (MJ/s) in the experiment with the regard for the β -effect. The left column is the sea as a whole, the middle column – its western half, the right one – its eastern half. Top row – K_1 balances, middle row – P balances and bottom row – K_2 balances

Чтобы избавиться от временной производной в уравнениях (1), можно осреднить графики, приведенные на рис. 3 за длительный период времени, и представить балансы энергии в виде диаграмм. На рис. 4 кроме средних балансов западной и восточной половин моря приведены диаграммы осредненных балансов энергии для всего моря в целом (левая колонка). Видно, что балансы энергии в восточной половине моря по направлению источников и стоков энергии совпадают с общим балансом. А в энергетическом балансе западной части моря переход энергии между K_1 и P (зеленые столбики) противоположен аналогичному переходу в восточной части и в целом по морю.

Разнонаправленность переходов энергии между K_1 и P в разных половинах моря (рис. 4, средний ряд) компенсируется суммарной по площади дивергенцией адвективного потока P (коричневые столбики), которая имеет противоположные знаки. В балансах K_1 восточной и западной половин моря (рис. 4, верхний ряд) противоположные по знаку составляющие энергетического баланса соответствуют суммарной по площади дивергенции/конвергенции адвективного потока K_1 (черные столбики).

Для перехода от дивергенции потоков энергии в формулах (1), (2) к потокам энергии через границу D , разделяющую восточную и западную части Черного моря, воспользуемся формулой Остроградского – Гаусса, согласно которой интеграл от дивергенции двумерного векторного поля \mathbf{F} , распространенный на некоторую площадь S , равен потоку вектора \mathbf{F} через контур L , ограничивающий эту площадь:

$$\iint_S (\operatorname{div} \mathbf{F}) dx dy = \int_L (\mathbf{F} \cdot \mathbf{n}) dl.$$

В рассматриваемой задаче, учитывая граничные условия прилипания на берегу моря, данную формулу можно упростить, оставив справа лишь часть контура (разрез D) с ненулевыми потоками через него:

$$\iint_W (\operatorname{div} \mathbf{F}) dx dy = - \int_D F^x dy, \quad \iint_E (\operatorname{div} \mathbf{F}) dx dy = \int_D F^x dy,$$

где F^x – составляющая потока вдоль оси X , нормальная к оси Y . Тогда для суммарного адвективного потока P через разрез D получим

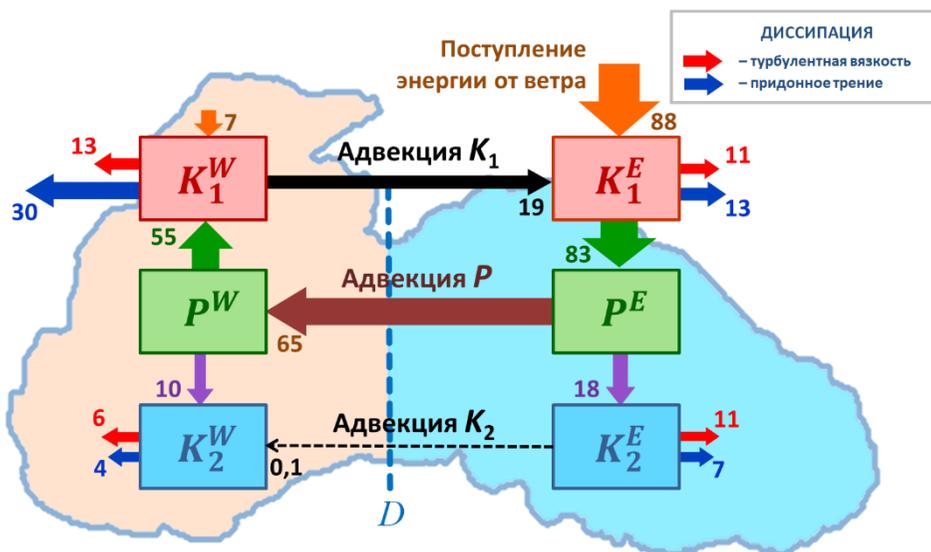
$$\int_D F_P^x dy = - \int_D \rho (g(u_1 h_1 + u_2 h_2) \zeta + g' u_2 h_2 h_1) dy,$$

соответственно для адвективных потоков кинетической энергии через D имеем

$$\int_D F_{K_1}^x dy = \int_D u_1 h_1 e_1 dy, \quad \int_D F_{K_2}^x dy = \int_D u_2 h_2 e_2 dy.$$

С учетом вышесказанного была построена интегральная схема потоков энергии в Черном море при условии разделения акватории на две области

(рис. 5). Согласно этой схеме, поступающая в восточную половину моря ветровая энергия идет на увеличение кинетической энергии течений верхнего слоя, которая в свою очередь вследствие работы сил градиента гидростатического давления переходит в потенциальную энергию. Большая часть P из восточной половины моря адвективным потоком переносится в западную, а меньшая часть переходит в кинетическую энергию течений в нижнем слое.



Р и с. 5. Схема средних потоков и переходов энергии с учетом β -эффекта (цифры – величины потоков энергии в МДж/с)

F i g. 5. Scheme of average flows and energy transitions with the regard for the β -effect (numbers denote the energy flow values, MJ/s)

В западной половине бассейна основным источником пополнения K_1 является переход из потенциальной энергии, перенесенной течениями с востока. Также небольшая часть потенциальной энергии переходит в K_2 .

Кинетическая энергия течений верхнего слоя в западной половине моря активно диссипирует, но довольно значительная ее часть вследствие адвекции течениями переносится обратно в восточную половину, создавая тем самым циркуляцию механической энергии. Источник кинетической энергии в восточной половине моря в виде адвективного потока K_1 по величине примерно равен диссипации энергии в этой области.

Потеря энергии в рассматриваемом численном эксперименте происходит за счет диссипации кинетической энергии течений верхнего и нижнего слоя вследствие придонного трения и горизонтальной турбулентной вязкости. Причем в структуре диссипации в верхнем слое преобладает придонное трение, в нижнем – турбулентная вязкость. Наибольший вклад в диссипацию энергии в целом вносит придонное трение верхнего слоя в западной части моря. Области максимального стока энергии расположены вдоль материкового склона по краю северо-западного и западного шельфа (рис. 1, b).

Адвективный перенос кинетической энергии в нижнем слое направлен с востока на запад, но его величина составляет лишь 0,1% от общего притока энергии, что соизмеримо с точностью вычисления составляющих энергетического баланса в модели.

Наиболее вероятной причиной неравномерности распределения осредненных потоков энергии между восточной и западной частями Черного моря, по мнению автора, является β -эффект. Согласно теории западного пограничного слоя [19, 20], вращение и сферичность Земли в океане приводят к асимметрии циркуляционных круговоротов, проявляющейся в западной интенсификации течений. Перенос энергии с востока на запад осуществляется волнами Россби, которые относятся к классу градиентно-вихревых волн. В ранее проведенных нами численных экспериментах [12] были получены различные типы долгопериодных колебаний в поле крупномасштабных течений Черного моря в виде баротропных, бароклинных и топографических волн Россби, но заметной интенсификации течений у западного берега получено не было.

Чтобы подтвердить гипотезу о влиянии β -эффекта на перераспределение потоков энергии в Черном море, был проведен дополнительный численный эксперимент с параметрами, аналогичными применяемым в первом эксперименте, но при $\beta = 0$. Наглядное представление о циркуляции, которая имела место в этом эксперименте в статистически равновесном режиме, можно получить из рис. 6, *b*.

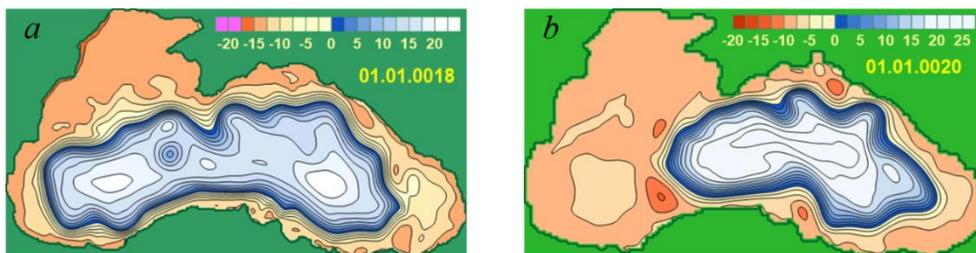


Рис. 6. Мгновенные поля уровня моря ζ , см, в эксперименте с учетом (*a*) и без учета (*b*) β -эффекта

Fig. 6. Instantaneous sea level fields ζ , cm, in the experiment with (*a*) and without (*b*) the regard for the β -effect

Вследствие квазигеострофичности движений рассматриваемых масштабов поля ζ дают хорошее представление о крупномасштабной циркуляции в верхнем слое моря. Изолинии ζ совпадают с линиями тока, а их максимальное сгущение соответствует стрежню Основного Черноморского течения (ОЧТ). На рис. 6, *a* для сравнения показано поле ζ , полученное в эксперименте с учетом β -эффекта. Основное отличие в циркуляции состоит в том, что в эксперименте с постоянным параметром Кориолиса ОЧТ не распространяется в западную часть моря, а сосредоточивается в центральной и восточной частях бассейна. Как показали ранее проведенные эксперименты, такой характер циркуляции объясняется выбором поля касательного напряжения ветра над морем (рис. 1, *c, d*) и определяется в первую очередь формой бассейна, рельефом дна и влиянием нелинейных адвективных членов в уравнениях движения.

Заключение

После анализа данных, полученных в результате численного моделирования в рамках двухслойной вихререзающей модели, установлено, что в энергетике восточной и западной частей Черного моря имеются существенные отличия.

В восточной половине моря происходит основное пополнение кинетической энергии течений верхнего слоя за счет работы касательного напряжения ветра, а в западной половине, наоборот, преобладают процессы диссипации энергии вследствие придонного трения. Также существует различие в направлении средних переходов между потенциальной и кинетической энергией в разных половинах бассейна. На востоке преобладает преобразование кинетической энергии течений верхнего слоя моря в потенциальную, а на западе, наоборот, потенциальная энергия преобразуется в кинетическую. Наблюдаемый дисбаланс в пространственном распределении источников и стоков энергии компенсируется адвективным переносом потенциальной энергии через условную границу D с востока на запад.

Представляет интерес полученный в результате расчетов адвективный поток кинетической энергии в верхнем слое моря из западной половины в восточную. Учитывая, что кинетическая энергия в западной половине формируется из потенциальной, поступающей из восточной части, где она была преобразована из кинетической энергии верхнего слоя, можно сказать, что в Черном море имеет место циркуляция механической энергии.

Важно понимать, что построенная схема переходов энергии отражает среднее состояние энергетических характеристик. В отдельные моменты времени потоки (переходы) энергии могут значительно отличаться от этой схемы по величине и направлению.

Сравнительный анализ энергетических балансов, полученных в экспериментах, выполненных с учетом и без учета β -эффекта, дает основание полагать, что именно β -эффект является причиной описанных выше особенностей пространственной неоднородности потоков энергии в Черном море. Также это косвенно подтверждает ранее сделанный нами вывод о роли β -эффекта в распространении ОЧТ на весь периметр глубоководной части Черного моря.

В данной работе остались не рассмотренными некоторые вопросы, связанные со структурой средних адвективных потоков энергии между восточной и западной частями моря. В частности, не выяснено, каким образом потоки распределены вдоль разреза D и к каким масштабам движения они относятся. Ответам на эти и другие вопросы будет посвящена следующая работа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Demyshev S. G., Dymova O. A. Analyzing intraannual variations in the energy characteristics of circulation in the Black Sea // *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*. 2016. Vol. 52. P. 386–393. doi:10.1134/S0001433816040046
2. Demyshev S. G., Dymova O. A. Numerical analysis of the Black Sea energy budget in 2011 // *Journal of Physics: Conference Series*. 2017. Vol. 899, iss. 2. 022004. doi:10.1088/1742-6596/899/2/022004
3. Kang D., Curchitser E. N. Energetics of Eddy–Mean Flow Interactions in the Gulf Stream Region // *Journal of Physical Oceanography*. 2015. Vol. 45, iss. 4. P. 1103–1120. doi:10.1175/JPO-D-14-0200.1

4. *Травкин В. С., Жмур В. В., Белоненко Т. В.* Вклад мезомасштабных вихрей Лофотенской котловины в ее энергетику // Russian Journal of Earth Sciences. 2022. Т. 22, № 4. ES4002. doi:10.2205/2022ES000802
5. *Chen R., Thompson A. F., Flierl G. R.* Time-Dependent Eddy-Mean Energy Diagrams and Their Application to the Ocean // Journal of Physical Oceanography. 2016. Vol. 46, iss. 9. P. 2827–2850. doi:10.1175/JPO-D-16-0012.1
6. *Demyshev S. G., Dymova O. A.* Numerical analysis of the Black Sea currents and mesoscale eddies in 2006 and 2011 // Ocean Dynamics. 2018. Vol. 68, iss. 10 P. 1335–1352. doi:10.1007/s10236-018-1200-6
7. *Демьшев С. Г., Дымова О. А.* Анализ энергетического цикла Лоренца для различных режимов циркуляции Черного моря // Труды Карельского научного центра РАН. 2022. № 6. С. 26–40. doi:10.17076/lim1621
8. *Павлушин А. А., Шапиро Н. Б., Михайлова Э. Н.* Энергетические переходы в двухслойной вихререзающей модели Черного моря // Морской гидрофизический журнал. 2019. Т. 35, № 3. С. 201–219. doi:10.22449/0233-7584-2019-3-201-219
9. *Oey L.-Y.* Loop Current and Deep Eddies // Journal of Physical Oceanography. 2008. Vol. 38, iss. 7. P. 1426–1429. doi:10.1175/2007JPO3818.1
10. Mesoscale to Submesoscale Transition in the California Current System. Part II: Frontal Processes / X. Capet [et al.] // Journal of Physical Oceanography. 2008. Vol. 38, iss. 1. P. 44–64. doi:10.1175/2007JPO3672.1
11. *Пузина О. С., Кубряков А. А., Мизюк А. И.* Сезонная и вертикальная изменчивость энергии течений в субмезомасштабном диапазоне на шельфе и в центральной части Черного моря // Морской гидрофизический журнал. 2021. Т. 37, № 1. С. 41–56. doi:10.22449/0233-7584-2021-1-41-56
12. *Павлушин А. А., Шапиро Н. Б., Михайлова Э. Н.* Роль рельефа дна и β -эффекта в динамике Черного моря // Морской гидрофизический журнал. 2017. № 6. С. 27–39. doi:10.22449/0233-7584-2017-6-27-39
13. *Павлушин А. А.* Численное моделирование крупномасштабной циркуляции и вихревых структур в Черном море // Труды Государственного океанографического института. 2018. № 219. С. 174–194. EDN UTDXPY
14. *Коротенко К. А.* Моделирование мезомасштабной циркуляции Черного моря // Океанология. 2015. Т. 55, № 6. С. 909–915. doi:10.7868/S0030157415060076
15. *Бассейновая циркуляция и мезомасштабная динамика Черного моря под ветровым воздействием / А. Г. Зацепин [и др.]* // Современные проблемы динамики океана и атмосферы : сборник статей, посвященный 100-летию со дня рождения П. С. Линейкина. Москва : Триада ЛТД, 2010. С. 347–368. EDN TVXEMZ
16. *Шокуров М. В., Шокурова И. Г.* Завихренность напряжения трения ветра на поверхности Черного моря при различных ветровых режимах // Морской гидрофизический журнал. 2017. № 6. С. 13–26. doi:10.22449/0233-7584-2017-6-13-26
17. *Иванов В. А., Белокопытов В. Н.* Океанография Черного моря. Севастополь, 2011. 212 с.
18. *Маркова Н. В., Багаев А. В.* Оценка скоростей глубоководных течений в Черном море по данным дрейфующих буев-профилемеров Argo // Морской гидрофизический журнал. 2016. № 3. С. 26–39. doi:10.22449/0233-7584-2016-3-26-39
19. *Педлоски Дж.* Геофизическая гидродинамика. В 2-х т. М. : Мир, 1984.
20. *Гилл А.* Динамика атмосферы и океана. М. : Мир, 1986. Т. 2. 415 с.

Об авторе:

Павлушин Андрей Александрович, младший научный сотрудник, отдел динамики океанических процессов, ФГБУН ФИЦ МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), **ORCID ID: 0000-0002-2098-5068, ResearcherID: R-4908-2018**, pavlushin@mhi-ras.ru

Научная статья

УДК 550.344.42+551.466.62
EDN: JQDNES

DOI: 10.29039/0233-7584-2023-3-342-358

**Оценка эффективности
экспресс-метода оперативного прогноза
на примерах перуанского (2007 года),
чилийских (2010, 2014 и 2015 годов) цунами**

Ю. П. Королёв

Институт морской геологии и геофизики ДВО РАН, Южно-Сахалинск, Россия
✉ *Yu_P_K@mail.ru*

Поступила в редакцию 18.10.2022; одобрена после рецензирования 10.11.2022;
принята к публикации 09.03.2023.

Аннотация

Цель. Целью работы является изучение возможности оперативного прогнозирования цунами в условиях реального времени по данным глубоководных станций измерения уровня океана.

Методы и результаты. Экспресс-метод позволяет заблаговременно рассчитывать волновые формы ожидаемого цунами в океане, а также вблизи побережья. Для прогнозирования требуется сейсмологическая информация только о времени начала и координатах эпицентра землетрясения и данные одной станции измерения уровня океана, получаемые в режиме реального времени. В численных экспериментах использовались данные ближайших к очагам цунами глубоководных станций измерения уровня океана длительностью, равной первому полупериоду (первому периоду) цунами. Результаты расчета цунами 2007–2015 гг. достаточно хорошо совпадают с формами цунами, зарегистрированными глубоководными станциями в океане в различных направлениях от очага. Качество расчетов сопоставимо с качеством расчетов других авторов. Прогноз цунами в заданных точках возможен сразу после получения информации о прохождении первой волны цунами через ближайшую к очагу глубоководную станцию.

Выводы. В отличие от других способов, экспресс-метод не нуждается в построении сейсмического источника, не требует гигантской базы синтетических мареограмм. Экспресс-метод может применяться для прогноза цунами в тех областях, для которых другие способы не применимы (например, отсутствуют базы синтетических мареограмм). Такими областями являются побережья северо-западной части Тихого океана.

Ключевые слова: цунами, краткосрочный прогноз цунами, тревога цунами, ложные тревоги цунами, принцип взаимности, уровень океана, измерения уровня океана, службы предупреждения о цунами, Тихий океан

Благодарности: автор благодарит рецензентов за полезные замечания и предложения, которые были учтены при доработке статьи.

Для цитирования: *Королёв Ю. П.* Оценка эффективности экспресс-метода оперативного прогноза на примерах перуанского (2007 года), чилийских (2010, 2014 и 2015 годов) цунами // Морской гидрофизический журнал. 2023. Т. 39, № 3. С. 342–358. EDN JQDNES. doi:10.29039/0233-7584-2023-3-342-358

Evaluation of the Express Method Effectiveness in Short-Term Forecasting on the Examples of the Peruvian (2007) and the Chilean (2010, 2014 and 2015) Tsunamis

Yu. P. Korolev

*Institute of Marine Geology and Geophysics, Far Eastern Branch of Russian Academy of Sciences,
Yuzhno-Sakhalinsk, Russia
✉ Yu_P_K@mail.ru*

Abstract.

Purpose. The aim of the work is to study the possibility of real-time tsunami forecasting based on the data from the deep-ocean tsunameters.

Methods and Results. The express method makes it possible to compute in advance the waveforms of the expected tsunami in the ocean, as well as near the coast. Forecasting requires seismological information on the start time and coordinates of the earthquake epicenter only, and also the data from one deep-ocean tsunameter obtained in real time. The data from the deep-ocean tsunameters closest to the tsunami sources with the duration equal to the tsunami first half-period (the first period) were used in the numerical experiments. The results of computing tsunamis for 2007–2015 agree quite well with the tsunami forms recorded at the deep-sea stations in the ocean in different directions from the source. The quality of computations in the article is comparable to the computation quality of the other authors. A tsunami forecast at the given points is possible immediately after receiving the information on passing of the tsunami first period through the deep-sea tsunameter closest to the source.

Conclusions. In contrast to the other methods, no reconstructing of a seismic source neither a giant base of synthetic mareograms is required for the express method. The express method can be used for tsunami forecasting in those areas for which other methods are not applicable (for example, there is no a database of synthetic mareograms), namely the coast of the northwestern Pacific Ocean.

Keywords: tsunami, short-term tsunami forecast, tsunami alarm, false tsunami alarms, reciprocity principle, ocean level, ocean level measurements, tsunami warning service, Pacific Ocean

Acknowledgments: The author is grateful to the reviewers for their useful comments and proposals which were taken into account when finalizing the paper.

For citation: Korolev, Yu.P., 2023. Evaluation of the Express Method Effectiveness in Short-Term Forecasting on the Examples of the Peruvian (2007) and the Chilean (2010, 2014 and 2015) Tsunamis. *Physical Oceanography*, 30(3), pp. 315-330. doi:10.29039/1573-160X-2023-3-315-330

1. Введение

Проблема оперативного прогноза цунами остается актуальной, особенно для северо-западной части Тихого океана. В большей степени это касается ситуаций с ложными тревогами цунами. Магнитудно-географический способ прогноза цунами, развитый в период становления служб предупреждения, остается основным до настоящего времени. Прогноз, основанный на этом способе, дает большое количество ложных тревог.

Для северо-западной части Тихого океана предупреждение о цунами выпускается Тихоокеанским центром предупреждения о цунами и региональными центрами Российской службы предупреждения о цунами на основе магнитудного критерия. Предупреждает об опасности цунами также Консультативный центр по цунами в северо-западной части Тихого океана (*Northwest Pacific Tsunami Advisory Center*) в лице Японского метеорологического агентства,

действующий в соответствии с новым регламентом ¹. Новый регламент основан на базе данных предварительных расчетов высот цунами в большом количестве точек вблизи побережий от множества сейсмических источников в цунамигенных зонах с наиболее вероятным механизмом землетрясения и различными магнитудами, а также глубинами гипоцентров. Прогноз дается для крупных регионов и позволяет лишь ориентировочно оценить опасность возникшего цунами. Принятие решения об объявлении тревоги цунами возлагается на региональные центры. Аналогичный подход к оперативному прогнозу цунами на Курильских островах предложен в работе [1]. Упомянутые способы не предполагают использования информации о цунами в океане и не дают достоверной количественной оценки высот ожидаемого цунами. Подобный подход предлагался еще в 1996 г. [2] в начале развития системы гидрофизических наблюдений в океане. Впоследствии он послужил основой для создания гидрофизического способа ², основанного на данных о сформировавшемся цунами в открытом океане [3–5].

При принятии решения об объявлении тревоги цунами российские центры предупреждения о цунами руководствуются магнитудно-географическим критерием и учитывают предупреждения, выпущенные Тихоокеанским центром предупреждения о цунами и Японским метеорологическим агентством, что часто приводит к объявлению ложных тревог цунами [6, 7]. В настоящей работе под ложной понимается тревога цунами, когда тревога объявляется, но высоты волн оказываются незначительными, не представляющими опасности.

Службы предупреждения о цунами не всегда оценивают оправданность тревог в соответствии с этим определением. Примером может служить событие 25.03.2020, когда в результате землетрясения с магнитудой 7,3 в 220 км восточнее о. Онекотан (северные Курильские острова) произошло слабое цунами [8]. Объявлялась тревога цунами с эвакуацией населения, но амплитуда волны была незначительной. Центр цунами рассматривает эту тревогу как оправдавшуюся.

Достоверно оценить степень ожидаемого цунами только по магнитуде землетрясения довольно сложно: не учитываются глубина океана в очаговой области, механизм землетрясения, глубина его гипоцентра [9]. Детализировать прогноз, основанный на магнитудном критерии, российская служба предупреждения о цунами не может ввиду отсутствия в России гидрофизической подсистемы. Россия является едва ли не единственной страной бассейна Тихого океана, не имеющей глубоководных станций измерения уровня океана, позволяющих осуществлять оперативный прогноз цунами.

Ложные тревоги цунами, часто объявляемые с излишней заблаговременностью, хотя и не наносят прямых потерь, но причиняют значительный

¹ Users' Guide for the Northwest Pacific Tsunami Advisory Center (NWPTAC): Enhanced Products for the Pacific Tsunami Warning System. Paris : UNESCO, 2019. 35 p. (IOC Technical Series ; no. 142). URL: <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000366546?posInSet=1&queryId=d1288da0-390e-47b1-8a51-a529b04abf93> (дата обращения: 15.05.2023).

² Development of the Forecast Propagation Database for NOAA's Short-Term Inundation Forecast for Tsunamis (SIFT) / E. Gica [et al.]. Seattle, WA : Department of Commerce, 2008. 95 p. (NOAA Technical Memorandum OAR PMEL-139).

ущерб, связанный с остановкой производства в опасных местах, эвакуацией населения, выводом судов в открытое море. Причем всякого рода деятельность в прибрежной полосе останавливается на несколько часов. В силу большого количества ложных тревог суммарный ущерб от них сравним с ущербом от состоявшегося цунами. К настоящему времени количество ложных тревог составляет не менее 75 % от общего числа тревог [10, 11].

Проблема состоит в том, чтобы давать адекватный заблаговременный, дифференцированный по участкам побережья прогноз времени прихода первой и максимальной волн цунами в заданный пункт и их амплитуд, а также длительности тревожного режима. Прогноз должен обеспечивать своевременную эвакуацию населения только в тех пунктах, в которых цунами представляет реальную угрозу [6]. Именно эти характеристики цунами перечислены в определении прогноза цунами, сформулированном Межправительственной океанографической комиссией³ (МОК) ЮНЕСКО в 2013 г. На основании магнитудно-географического критерия такой детальный прогноз невозможен [7].

В настоящее время эффективным методом прогноза является способ, основанный на использовании данных о цунами глубоководных станций системы *DART* (*Deep-ocean Assessment and Reporting of Tsunamis* – мониторинг и предупреждение о цунами в океане)⁴. Метод инверсии данных ближайших к очагу цунами станций *DART* позволяет реконструировать источник цунами и заблаговременно рассчитывать волновые формы цунами в заданных точках в океане или вблизи побережья.

Такие способы развиваются с конца 80-х гг. [12]. Позднее [3, 4] развитие идеи привело к созданию гидрофизического способа прогноза *NOAA* (*National Oceanic and Atmospheric Administration* – Национальное управление океанических и атмосферных исследований), или *SIFT*^{2,4} (*Short-term Inundation Forecasting for Tsunamis* – краткосрочный прогноз затопления при цунами) [5, 13]. По данным о цунами в океане выполняется расчет волновых форм в заданных точках в океане или вблизи побережья на основе заранее созданной базы синтетических мареограмм объемом в десятки терабайт. Способ *NOAA* с успехом применялся при расчете всех значительных цунами в Тихом океане с 1996 г., в том числе в оперативном режиме. Развитие сети наблюдений за уровнем в океане и вблизи побережья стимулировало ряд работ по совершенствованию метода инверсии [14–18]. Прогнозы цунами на основе инверсии, способа *NOAA*, соответствуют определению МОК ЮНЕСКО. В настоящее время при возникновении цунамигенного землетрясения расчеты способом *NOAA* (*SIFT*) выполняются для северо-западного побережья США, побережья Аляски и Алеутских островов. Для прогнозирования цунами необходима заранее рассчитанная база синтетических мареограмм, охватывающая области потенциальных очагов цунами и области, для которых выполняется прогноз. В противном случае этот метод не применим.

³ Tsunami Glossary / Intergovernmental Oceanographic Commission. Fourth Edition. Paris : UNESCO, 2019. P. 35–36. (IOC Technical Series ; 85). URL: <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000188226> (дата обращения: 15.05.2023).

⁴ NOAA Center for Tsunami Research. URL: <http://nctr.pmel.noaa.gov/> (дата обращения: 15.05.2023).

В работах [19, 20] предложен метод ассимиляции данных, сочетающий наблюдения и численное моделирование, не требующий информации об источнике цунами. Он дает возможность прогнозирования цунами в дальней зоне по данным ближайших к очагу станций *DART*.

Для побережья российского Дальнего Востока опасность представляют не только локальные цунами с эпицентрами на северо-западе Тихого океана от Камчатки до Японии, но и трансокеанские цунами, возникающие у побережья Южной Америки. Чилийское цунами 1960 г. вследствие землетрясения с магнитудой 9,5 вызвало заплески высотой до 7 м на побережьях Камчатки и Курильских островов⁵. Во время события 27.02.2010 после землетрясения с магнитудой 8,8 у побережья Чили тревога цунами объявлялась на Курильских островах, произведена эвакуация населения. К счастью, уже после отмены тревоги максимальные волны с амплитудой около 1 м, пришедшие спустя 4 ч после первой, не причинили ущерба [21, 22].

Российская служба предупреждения о цунами не имеет возможности давать адекватный детальный прогноз цунами на побережье Дальнего Востока в силу отсутствия современных действующих способов прогноза. Для расчета локальных или трансокеанских цунами на Дальнем Востоке способ *NOAA (SIFT)* не применим ввиду отсутствия соответствующей базы синтетических мареограмм.

Краткосрочный прогноз по данным о цунами в океане может выполняться с использованием оригинального экспресс-метода оперативного прогноза цунами [6], основанного на фундаментальном принципе взаимности. Для выполнения прогноза требуется сейсмологическая информация только о времени начала и координатах эпицентра землетрясения и информация о цунами, получаемая в океане одной станцией измерения уровня.

Способ применялся для моделирования курильских цунами 2006, 2007 и 2009 гг. в океане по данным станций системы *DART* в различных направлениях от очагов [6]. Возможности способа оперативного прогноза для дальневосточного побережья России на примере локального курильского цунами 2020 г. в режиме, близком к режиму реального времени, представлены в [8].

Землетрясения 2007–2015 гг. у западного побережья Южной Америки и последовавшие за ними цунами ожидаемо вызвали большой интерес исследователей. Использование данных об этих цунами предоставляет хорошую возможность проверить на фактическом материале справедливость различных моделей прямого расчета и оперативного прогноза цунами. Работы, посвященные конкретным событиям 2007–2015 гг., рассмотрены ниже. В них использованы идеи, положенные в основу способа *NOAA*. Другие исследования, кроме работ автора, в которых использовались бы идеи применяемого в настоящей статье экспресс-метода, не известны.

Целью работы является изучение возможности оперативного прогнозирования цунами, моделирование процесса выработки прогноза в условиях реального времени и на основе этого демонстрация возможностей экспресс-метода оперативного прогноза цунами. На примерах трансокеанских перуан-

⁵ URL: <https://www.ngdc.noaa.gov/hazel/view/hazards/tsunami/event-search> (дата обращения: 15.05.2023).

ского 2007 г., чилийских 2010, 2014 и 2015 гг. цунами показано, что по ограниченным данным о землетрясении (только координаты эпицентра и время начала землетрясения) и при наличии информации глубоководных станций измерения уровня океана возможен оперативный прогноз цунами.

2. Экспресс-метод оперативного прогноза цунами

Практическое применение способа (экспресс-метода) оперативного прогноза цунами, описанного в [6], состоит в следующем.

Расчетное соотношение следует из известного фундаментального принципа взаимности, справедливого для волн типа цунами при условии подобия форм источников волн:

$$\zeta(A, s) = \zeta(M, s) \cdot \frac{\eta(A, s)}{\eta(M, s)}.$$

Здесь M – точка в океане, в которой производится измерение уровня океана; A – точка в океане или вблизи побережья, для которой выполняется прогноз. Функции $\zeta(A, s)$ и $\zeta(M, s)$ относятся к одному цунами, функции $\eta(M, s)$ и $\eta(A, s)$ – к другому, форма источника которого подобна форме первого, а эпицентры источников совпадают.

Все функции, входящие в расчетную формулу, являются образами интегрального преобразования Лапласа (s – параметр преобразования Лапласа).

Это соотношение позволяет по данным об уровне океана в точке M (функция $\zeta(M, s)$) с помощью передаточной функции (отношение в правой части равенства) рассчитывать форму ожидаемого цунами (функция $\zeta(A, s)$) в любой точке A побережья.

В оперативном режиме в считанные минуты достоверно определяются координаты эпицентра землетрясения. При определении магнитуды землетрясения возможны ошибки, нередко значительные [23]. Другая информация о механизме землетрясения зачастую отсутствует. Поэтому делается главное допущение. Расчетное соотношение приближенно справедливо, если передаточная функция строится с помощью вспомогательного решения задачи о распространении волн от начального возвышения свободной поверхности. Начальное возмущение представляет собой круговое возвышение свободной поверхности с центром, совпадающим с эпицентром землетрясения.

Поскольку прогноз выполняется с использованием данных о сформировавшемся цунами в океане, механизм землетрясения не играет роли. В этих данных неявно содержится информация о процессе возбуждения цунами, включающая влияние дополнительных факторов, например подводных оползней. Возможные ошибки в определении магнитуды землетрясения не сказываются на результате прогноза, поскольку в расчетах эта характеристика не используется.

Передаточная функция строится в режиме реального времени после получения информации о координатах эпицентра землетрясения. Для ее построения выполняется расчет функций $\eta(M, s)$ и $\eta(A, s)$ (волновых форм в точках M и A) от вспомогательного источника ⁶.

⁶ Королев Ю. П. Оперативный прогноз цунами в Тихом океане // Геосистемы переходных зон. 2017. Т. 1, № 2. С. 3–17. EDN ZBAFJJ.

Обратное численное преобразование Лапласа завершает решение задачи. Результатом является форма ожидаемой волны в заданной точке A .

3. Постановка численного эксперимента

Для каждого события выполнялся расчет уровня океана в заданных точках нахождения станций системы *DART* от вспомогательного аксиально-симметричного источника. Во всех численных экспериментах центр источника совпадал с эпицентром землетрясения, диаметр источника был равен 100 км, а максимальная амплитуда 10 м. Передаточные функции строились для каждой заданной точки прогноза в соответствии с расчетным соотношением. Для соблюдения условий оперативного режима в численных экспериментах длительности записей станций, по которым выполнялся прогноз, выбирались равными длительности первого полупериода (первого периода) цунами на соответствующей станции. Оперативность прогнозирования оценивалась для ближней (время пробега цунами менее 4 ч) и дальней зон (пробег более 4 ч).

Для подтверждения работоспособности примененного способа производилось сравнение расчетных волновых форм с зарегистрированными на станциях *DART* в океане ^{7, 8}. В силу приближенного характера экспресс-метода полученный результат не предполагает идеального совпадения с волновой формой реального цунами. В настоящей работе за критерий адекватности прогноза принимается ответ на вопрос: возможно ли по результатам расчетов оценить степень опасности цунами, чтобы принять решение об объявлении тревоги службами предупреждения.

В задачи работы не входили расчеты цунами вблизи побережий.

4. Результаты

Расчетная схема численных экспериментов приведена на рис. 1, на котором указаны положения станций системы *DART*, эпицентры землетрясений. При моделировании распространения цунами в Тихом океане использовалась глобальная батиметрия [24, 25]. Расчеты выполнялись в сферических координатах на разностной сетке с шагом 5 км на широте экватора.

Информация станций системы *DART* об уровне океана взята с сайта ⁷.

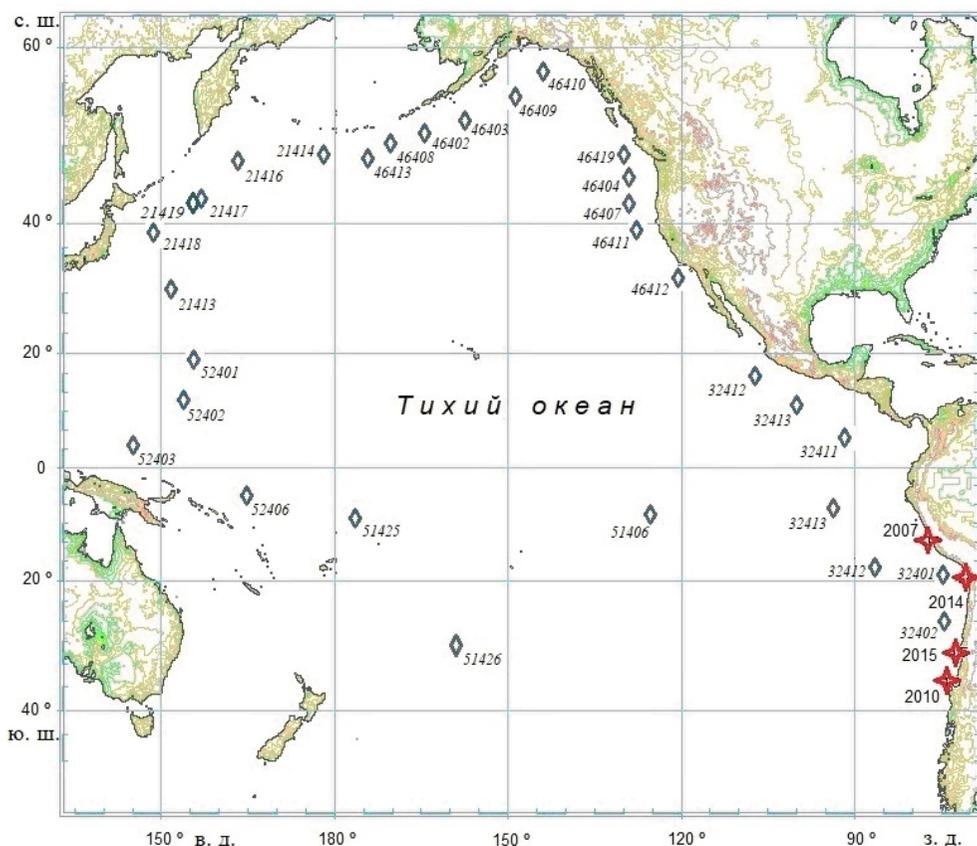
4.1. Перуанское цунами 2007 г.

Землетрясение (магнитудой $M 8,0$) с эпицентром в точке с координатами $13^{\circ}23'10''$ ю. ш., $76^{\circ}36'11''$ з. д. произошло у побережья Перу 15 августа 2007 г. в $23:40:58$ UTC. Возникшее цунами ⁵ вызвало затопление ближайшего к очагу участка побережья высотой до 10 м.

Ближайшей к очагу станцией, зарегистрировавшей цунами, являлась станция *DART 32401*, расположенная к югу от эпицентра землетрясения ⁷ (рис. 1).

⁷ National Data Buoy Center : site. URL: https://ndbc.noaa.gov/to_station.shtml (дата обращения: 18.05.2023).

⁸ URL: <https://www.ngdc.noaa.gov/hazard/recenttsunamis-table.shtml> (дата обращения: 15.05.2023).



Р и с. 1. Станции системы *DART* (ромбы) и эпицентры землетрясений (красные четырехконечные звезды) в Тихом океане
Fig. 1. Location of the *DART* stations (diamonds) and earthquake epicenters (red four-pointed stars) in the Pacific Ocean

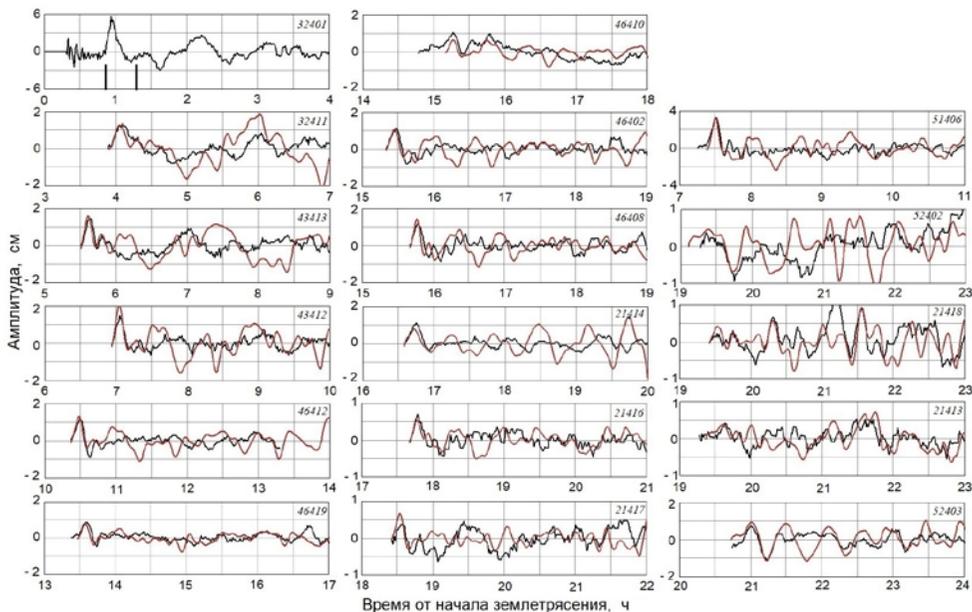
Применительно к событию 2007 г. в работе [26] исследовано влияние характеристик источника на расчетные амплитуды цунами. Выполнялась реконструкция очага по поверхностным и объемным сейсмическим волнам, а также по данным о цунами станции *DART* 32401 с использованием синтетических мареограмм. В работе [27] по данным станции *DART* 32401 с использованием синтетических мареограмм выполнен расчет цунами 2007 г. для точек в океане и вблизи населенных пунктов. Результаты экспериментального прогноза в режиме реального времени цунами показали, что примененный способ *NOAA* может с успехом применяться в оперативном режиме. Получено хорошее соответствие расчетных и фактических данных как в океане, так и на прибрежных мареографах.

В настоящей работе для расчета цунами в океане использовались данные станции *DART* 32401 длительностью 30 мин (первый период волны) с 51-й до 81-й мин после землетрясения (участок, выделенный черными линиями на рис. 2, слева сверху).

Представленные результаты демонстрируют достаточно хорошее совпадение с данными регистрации. Качество расчетов позволяет адекватно оце-

нить степень опасности ожидаемого цунами. Оно сопоставимо с качеством расчетов, полученных в работах [26, 27] и на сайте NOAA ⁴.

Хорошее совпадение расчетных и зарегистрированных волновых форм наблюдается как в дальней (пробег волны более 4 ч), так и в ближней (пробег менее 4 ч) зоне. В событии 2007 г., так же, как и в последующих, излучение энергии из очага неизотропно ⁴. Применение экспресс-метода прогноза цунами, использующего круговой источник для построения передаточных функций, дает вполне адекватный результат как в дальней, так и в ближней зоне, независимо от направления от очага.



Р и с. 2. Волновые формы перуанского цунами 2007 г.: зарегистрированные (черная линия) и расчетные (красная линия) по данным станции *DART 32401* для станций *DART*, находящихся к северу от очага цунами и вдоль Западного побережья США (слева), вдоль Алеутских островов до Камчатки (посередине), к западу от эпицентра землетрясения (справа). Здесь и в последующих рисунках на каждом графике справа сверху указан номер станции *DART*

Fig. 2. Waveforms of the 2007 Peruvian tsunami: the recorded (black line) and computed (red line) ones based on the *DART 32401* data for the *DART* stations located north of the tsunami source, along the US West Coast (left), along the Aleutian Islands up to Kamchatka (middle) and to the west of the earthquake epicenter (right). Here and in the following figures, the *DART* station number is shown at the top right of each graph

Построение передаточных функций (расчет волновых форм от вспомогательного кругового источника) может начинаться после получения информации о времени начала и координатах эпицентра землетрясения.

Прогноз в ближней зоне может быть дан сразу после получения информации о прохождении первого периода цунами через станцию *DART 32401*, т. е. через 81 мин после землетрясения, в дальней – по мере построения передаточной функции, но не позднее 1,5–2 ч после начала вспомогательных расчетов.

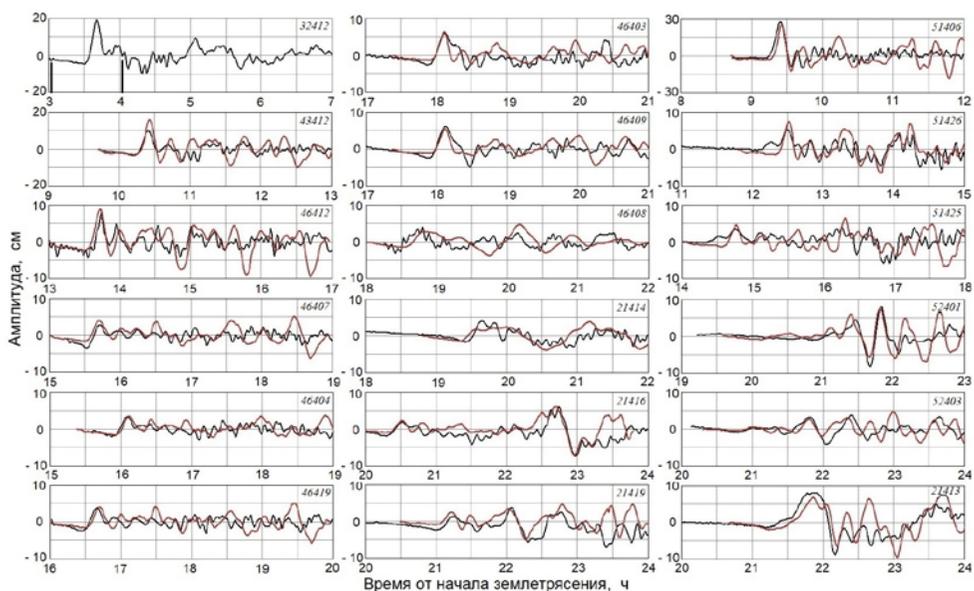
4.2. Чилийское цунами 2010 г.

27 февраля 2010 г. в 06:34:12 UTC у побережья Чили произошло землетрясение (M 8,8) с эпицентром в точке с координатами 36°07'19" ю. ш., 72°53'53" з. д. (см. рис. 1). Возникшее цунами⁵ вызвало затопление ближайших к очагу участков побережья Чили высотой до 29 м.

Расчеты цунами 2010 г. в работе [28] выполнены на основе начальных возмущений в очаге цунами, реконструированных по данным станций DART, другим данным. Показано, что возможен прогноз цунами в реальном времени у побережья Японии по данным станций DART, ближайших к очагам у побережья Чили.

В настоящей работе расчет этого цунами выполнялся по данным записи станции DART 32412⁷, находящейся к северо-западу от очага (см. рис. 1), длительностью 62 мин, со 180-й до 242-й минуты после землетрясения (рис. 3, *слева сверху*). Форма цунами на этой станции характеризуется начальной отрицательной фазой.

Результаты расчета представлены на рис. 3. Как и в предыдущем случае, расчетные волновые формы хорошо совпадают с зарегистрированными станциями DART⁷.



Р и с. 3. Волновые формы Чилийского цунами 2010 г.: зарегистрированные (черная линия) и расчетные (красная линия) по данным станции DART 32412 для станций DART, находящихся к северу от очага цунами и вдоль Западного побережья США (*слева*), вдоль Алеутских островов до Курильских островов (*посередине*), к западу от эпицентра землетрясения (*справа*)

Fig. 3. Waveforms of the 2010 Chilean tsunami: the recorded (black line) and computed (red line) ones based on the DART 32412 data for the DART stations located north of the tsunami source, along the US West Coast (*left*), along the Aleutian Islands up to the Kuril Islands (*middle*) and to the west of the earthquake epicenter (*right*)

Расчетные волновые формы в большинстве случаев показывают вступление цунами, начинающееся с понижения уровня океана в соответствии с формой волны на станции *DART 32412*. Качество расчетов позволяет адекватно оценивать степень опасности ожидаемого цунами и сопоставимо с качеством расчетов в [28].

Прогноз может быть дан сразу после получения информации о прохождении первой волны цунами через станцию *DART 32412*, т.е. через 242 мин после землетрясения.

4.3. Чилийское цунами 2014 г.

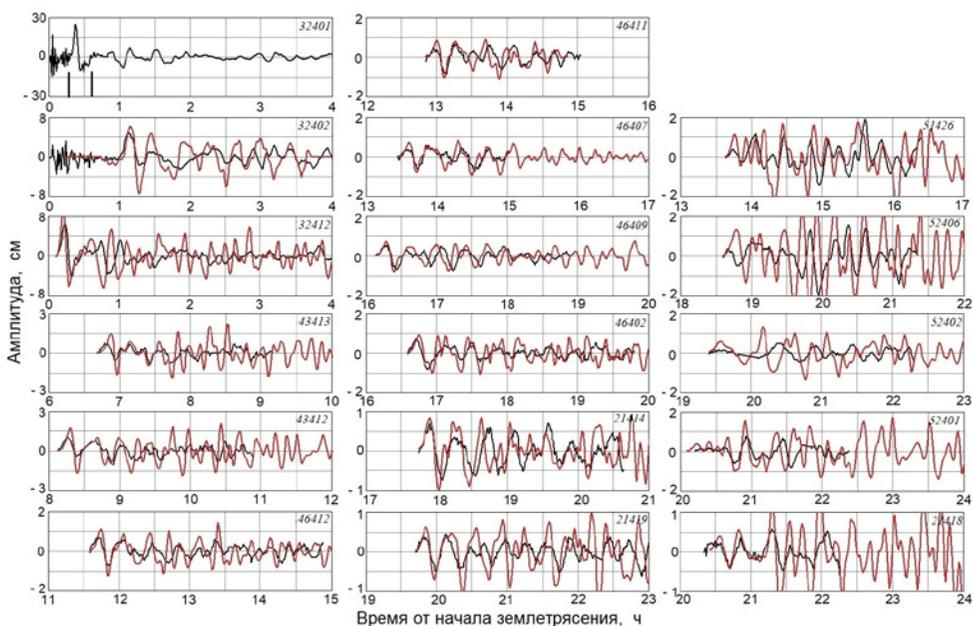
Землетрясение с $M 8,2$ произошло 1 апреля 2014 г. в 23:46:46 UTC у северного побережья Чили с эпицентром в точке с координатами $19^{\circ}38'31''$ ю. ш., $70^{\circ}49'01''$ з. д. (см. рис. 1). На побережье Чили, Эквадора и Коста-Рики была объявлена тревога цунами и эвакуировано население с опасных территорий. Цунами⁵ вызвало затопление ближайшего к очагу участка побережья Чили высотой до 4 м.

В работе [29] с использованием данных трех станций *DART* получено распределение подвижки (формы смещения дна) в очаговой зоне. Рассчитаны волновые формы с использованием нелинейных уравнений мелкой воды от этого возмущения. Получено хорошее соответствие расчетных волновых форм с данными мареографов вдоль побережья Чили. Цунами 2014 г. исследовалось также в работах [30, 31]. Для моделирования цунами в качестве источника взят единичный прямоугольный разлом с однородным сдвигом. Получено хорошее соответствие расчетных и зарегистрированных станциями *DART* волновых форм. Возможность использования примененной методики для оперативного прогноза цунами не обсуждалась.

В настоящей работе данные станции *DART 32401*, ближайшей к очагу цунами, находящейся к западу, взяты в качестве опорных (рис. 4, слева сверху), на их основе выполнен прогноз. Использовались данные записи станции с 17-й до 36-й минуты от начала землетрясения длительностью 19 мин (первая волна цунами).

Результаты расчетов (ретроспективного прогноза) демонстрируют удовлетворительное совпадение с данными регистрации⁷ в направлениях на север от очага, вдоль Западного побережья США, Алеутских островов и вблизи Курильских островов. Качество прогноза сопоставимо с качеством расчетов способом NOAA (*SIFT*) с использованием данных двух станций *DART 32401* и *32402*⁴. В западном направлении прогноз дает завышенные амплитуды волновых форм по сравнению с зарегистрированными^{4, 7}.

Прогноз в ближней зоне может даваться сразу после получения информации о прохождении первой волны цунами через станцию *DART 32401*, т.е. через 36 мин после землетрясения, в дальней – по мере построения передаточной функции.



Р и с. 4. Волновые формы Чилийского цунами 2014 г.: зарегистрированные (черная линия) и расчетные (красная линия) по данным станции *DART 32401* для станций *DART*, находящихся к северу от очага цунами (слева), вдоль Западного побережья США, Алеутских островов до Курильских островов (посередине), к западу от эпицентра землетрясения (справа)

F i g. 4. Waveforms of the 2014 Chilean tsunami: the recorded (black line) and computed (red line) ones based on the *DART 32401* data for the *DART* stations located north of the tsunami source (left), along the US West Coast, along the Aleutian Islands up to the Kuril Islands (middle) and to the west of the earthquake epicenter (right)

4.4. Чилийское цунами 2015 г.

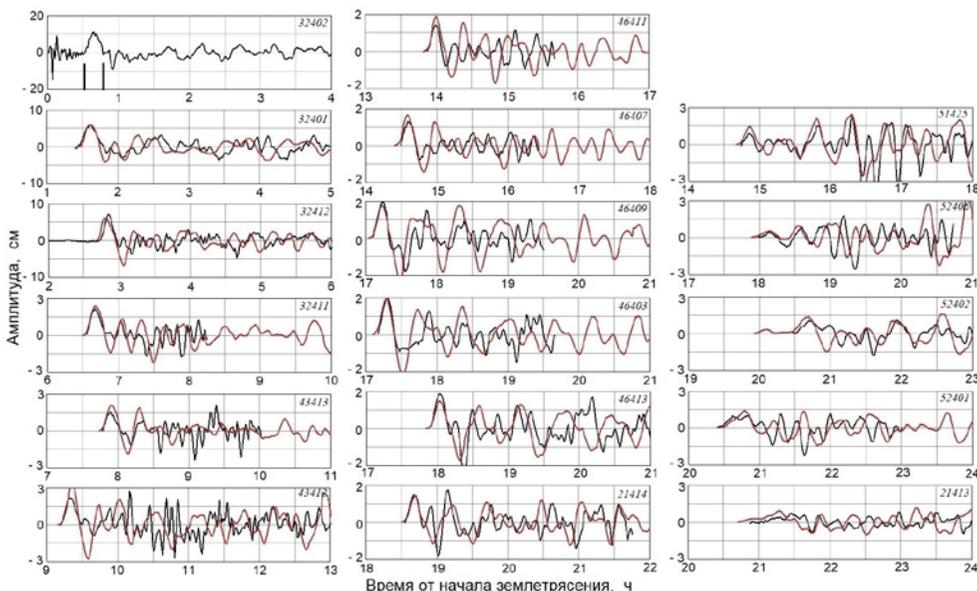
Землетрясение (М 8,3) с эпицентром в точке с координатами 31°34'23" ю. ш., 71°40'26" з. д. вблизи побережья Чили произошло 16 сентября 2015 г. в 22:54:32 UTC. Возникшее цунами⁵ вызвало затопление ближайшего к очагу участка побережья высотой до 13,6 м. Возникшее цунами было зарегистрировано множеством станций *DART*. Ближайшей, находящейся к северу от очага, являлась станция *DART 32402*⁷ (см. рис. 1).

В работе [20] методом ассимиляции данных ближайших к очагу станций *DART* оценивалась возможность прогнозирования цунами 2015 г. в дальней зоне. Предварительный прогноз мог быть дан через 1 ч после начала землетрясения, т. е. после прохождения первой волны цунами через ближайшую станцию *DART 32402*. В численном эксперименте прогнозируемые формы волн в целом хорошо согласуются с реальными наблюдениями в центральной и восточной частях Тихого океана. Оценки чилийского цунами 2015 г. в режиме реального времени с использованием метода *NOAA (SIFT)* и сравнение их с данными 26 станций *DART*, а также 38 береговых мареографов представлены в [32]. Оценки производились по данным записи ближайшей к очагу станции *DART 32402* длительностью в четверть периода, полупериод и полный период первой волны. Во всех трех случаях наблюдалось хорошее совпадение расчетов и реальных данных в океане и вблизи берега.

В настоящей работе расчет выполнялся по данным записи станции *DART* 32402 длительностью 16 мин (первый полупериод волны) с 31-й до 47-й минуты после землетрясения (рис. 5, *слева сверху*).

Результаты расчета представлены на рис. 5. Они демонстрируют достаточно хорошее совпадение с данными регистрации⁷. Качество расчетов сопоставимо с качеством расчетов, представленных в работах [20, 32] и на сайте⁴.

Прогноз для станций ближней зоны может быть дан через 47 мин после землетрясения, для более удаленных – по мере выполнения вспомогательных расчетов.



Р и с. 5. Волновые формы Чилийского цунами 2015 г.: зарегистрированные (черная линия) и расчетные (красная линия) по данным станции *DART* 32402 для станций *DART*, находящихся к северу от очага цунами (*слева*), вдоль Западного побережья США, Алеутских островов до Камчатки (*посередине*), к западу от эпицентра землетрясения (*справа*)

F i g. 5. Waveforms of the 2015 Chilean tsunami: the recorded (black line) and computed (red line) ones based on the *DART* 32402 data for the *DART* stations located north of the tsunami source (*left*), along the US West Coast, along the Aleutian Islands up to Kamchatka (*middle*) and to the west of the earthquake epicenter (*right*)

5. Обсуждение

Моделирование процесса оперативного прогнозирования цунами заключалось в выполнении расчетов в режиме, близком к режиму реального времени. Построение передаточных функций (расчет волновых форм от вспомогательного кругового источника) начиналось после получения информации о времени начала и координатах эпицентра землетрясения (через 10 мин после начала землетрясения).

Процесс расчета на ноутбуке *Intel Core i5-2450M CPU @ 2,50GHz* на разностной сетке с шагом 5 км в Тихом океане до наиболее удаленных от очага точек с пробегом цунами более 20 ч занимал около 1,5 ч. Построение передаточной функции, индивидуальной для каждого пункта, может осуществлять-

ся в процессе расчета волновых форм. Для ближней зоны (при времени пробега цунами менее 4 ч) прогноз может быть выполнен сразу после получения информации о регистрации первого полупериода (первого периода) цунами ближайшей к очагу станцией *DART*. Длительность волновой формы вспомогательного решения для заданного пункта должна быть равна требуемой длительности прогнозируемой волны. Для дальней зоны прогноз дается по мере выполнения вспомогательных расчетов. Время выполнения прогноза в точках в океане для исследованных цунами приведены в п. 4.1–4.4.

Весь процесс выработки прогноза состоит из последовательного применения трех программ, что не позволяет применять экспресс-метод во время события.

Применение технологий быстрого счета [33] и методики вложенных сектов для построения передаточных функций позволит давать прогноз для любого заданного пункта вблизи побережья сразу после получения информации о прохождении первой волны (первого полупериода) цунами, как трансокеанских, так и локальных, через ближайшую к очагу станцию *DART*.

Во всех рассмотренных событиях излучение энергии из очагов не изотропно⁴. Тем не менее, несмотря на приближенный характер (использование кругового источника волн во вспомогательной задаче для построения передаточной функции), экспресс-метод дает вполне адекватный результат во всех направлениях от очага цунами. Он позволяет с достаточной для практического применения точностью оперативно оценивать степень опасности цунами в заданных точках. Расчетные волновые формы, как правило, хорошо совпадают с зарегистрированными формами цунами станциями системы *DART* во всех направлениях от очага. Результаты демонстрируют достаточно хорошее совпадение с данными регистрации. Качество расчетов сопоставимо с качеством расчетов других авторов.

6. Заключение

Выполнено моделирование процесса оперативного прогноза перуанского 2007 г., чилийских 2010, 2014 и 2015 гг. цунами по данным о цунами ближайших к очагу станций системы *DART* с помощью экспресс-метода краткосрочного прогноза цунами. Экспресс-метод заключается в расчете передаточных функций, с помощью которых по данным об уровне океана станций *DART* выполняется прогноз цунами в заданных точках. Передаточные функции строятся на основе результатов расчета волновых форм от вспомогательного аксиально-симметричного начального возвышения свободной поверхности с центром, совпадающим с эпицентром землетрясения. Использование волновых форм от вспомогательного кругового источника без каких-либо предположений о структуре и механизме землетрясения вполне оправданно в условиях оперативного режима для случаев локальных цунами.

Экспресс-метод, в отличие от других, не нуждается в построении сейсмического источника, не требует гигантской базы синтетических мареограмм. Для выполнения прогноза от сейсмической подсистемы требуется только время начала и координаты эпицентра землетрясения, от гидрофизической – данные одной станции измерения уровня океана, получаемые в режиме реального времени.

Экспресс-метод полностью удовлетворяет определению прогноза цунами, сформулированному МОК ЮНЕСКО.

Экспресс-метод может применяться для прогноза цунами в тех областях, для которых другие способы не применимы (например, отсутствуют базы синтетических мареограмм). Такими областями являются побережья северо-западной части Тихого океана.

Создание комплекса краткосрочного прогноза цунами на основе экспресс-метода позволит повысить качество прогноза, уменьшив количество ложных тревог.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Опыт модернизации российской системы предупреждения о цунами / А. В. Фролов [и др.] // Метеорология и гидрология. 2012. № 6. С. 5–21. EDN OYKXF.
2. *Whitmore P. M., Sokolowski T. J.* Predicting tsunami amplitudes along the North American coast from tsunamis generated in the Northwest Pacific Ocean during tsunami warnings // *Science of Tsunami Hazards*. 1996. Vol. 14, no. 3. P. 147–166. URL: <http://tsunamisociety.org/STHVVol14N3Y1996.pdf> (дата обращения: 15.05.2023).
3. Inverse algorithm for tsunami forecasts / Y. Wei [et al.] // *Journal of Waterway, Ports, Coastal, and Ocean Engineering*. 2003. Vol. 129, iss. 2. P. 60–69. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)0733-950x\(2003\)129:2\(60\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-950x(2003)129:2(60))
4. Real-time tsunami forecasting: Challenges and solutions / F. I. Gonzalez [et al.] // Математические методы в геофизике : Труды Международной конференции. В 2 частях. Новосибирск : ИВМиМГ СО РАН, 2003. Ч. I. С. 225–228.
5. Extraction of tsunami source coefficients via inversion of DART[®] buoy data / D. B. Percival [et al.] // *Natural Hazards*. 2011. Vol. 58, iss. 1. P. 567–590. <https://doi.org/10.1007/s11069-010-9688-1>
6. *Korolev Yu. P.* An approximate method of short-term tsunami forecast and the hindcasting of some recent events // *Natural Hazards and Earth System Sciences*. 2011. Vol. 11, iss. 11. P. 3081–3091. <https://doi.org/10.5194/nhess-11-3081-2011>
7. *Королев Ю. П.* О возможности оперативного прогноза локальных цунами на Курильских островах // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2019. Т. 12, № 4. С. 14–20. EDN ZFISBQ. doi:10.7868/S2073667319040026
8. *Королев Ю. П., Королев П. Ю.* Оперативный прогноз локальных цунами по данным ближайших к очагам глубоководных станций, содержащим шумы сейсмического происхождения // *Геосистемы переходных зон*. 2020. Т. 4, № 4. С. 447–473. <https://doi.org/10.30730/gtrz.2020.4.4.447-460.461-473>
9. *Гусяков В. К.* Цунами на Дальневосточном побережье России: историческая перспектива и современная проблематика // *Геология и геофизика*. 2016. Т. 57, № 9. С. 1601–1615. <https://doi.org/10.15372/GiG20160901>
10. *Gusiakov V. K.* Relationship of tsunami intensity to source earthquake magnitude as retrieved from historical data // *Pure and Applied Geophysics*. 2011. Vol. 168, iss. 11. P. 2033–2041. <https://doi.org/10.1007/s00024-011-0286-2>
11. *Королев Ю. П., Лоскутов А. В.* О достоверном оперативном прогнозе цунами // *Проблемы анализа риска*. 2018. Т. 15, № 1. С. 26–33. <https://doi.org/10.32686/1812-5220-2018-15-1-26-33>
12. *Satake K.* Inversion of tsunami waveforms for the estimation of a fault heterogeneity: method and numerical experiments // *Journal of Physics of the Earth*. 1987. Vol. 35, iss. 3. P. 241–254. <https://doi.org/10.4294/jpe1952.35.241>
13. *Titov V. V.* *Tsunami forecasting* // *Tsunamis*. Cambridge, MA ; London, England : Harvard University Press, 2009. P. 367–396. (The Sea: Ideas and Observations on Progress in the Study of the Seas ; vol. 15).

14. A methodology for near-field tsunami inundation forecasting: Application to the 2011 Tohoku tsunami / A. R. Gusman [et al.] // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. 2014. Vol. 119, iss. 11. P. 8186–8206. <https://doi.org/10.1002/2014JB010958>
15. Time Reversal Imaging of the Tsunami Source / M. J. Hossen [et al.] // *Pure and Applied Geophysics*. 2015. Vol. 172, iss. 3–4. P. 969–984. <https://doi.org/10.1007/s00024-014-1014-5>
16. *Mulia I. E., Asano T.* Initial tsunami source estimation by inversion with an intelligent selection of model parameters and time delays // *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2016. Vol. 121, iss. 1. P. 441–456. <https://doi.org/10.1002/2015JC010877>
17. *Mulia I. E., Gusman A. R., Satake K.* Optimal design for placements of tsunami observing systems to accurately characterize the inducing earthquake // *Geophysical Research Letters*. 2017. Vol. 44, iss. 24. P. 12106–12115. <https://doi.org/10.1002/2017GL075791>
18. Sea surface network optimization for tsunami forecasting in the near field: application to the 2015 Illapel earthquake / P. Navarete [et al.] // *Geophysical Journal International*. 2020. Vol. 221, iss. 3. P. 1640–1650. <https://doi.org/10.1093/gji/ggaa098>
19. Tsunami data assimilation without a dense observation network / Y. Wang [et al.] // *Geophysical Research Letters*. 2019. Vol. 46, iss. 4. P. 2045–2053. <https://doi.org/10.1029/2018GL080930>
20. Far-field tsunami data assimilation for the 2015 Illapel earthquake / Y. Wang [et al.] // *Geophysical Journal International*. 2019. Vol. 219, iss. 1. P. 514–521. <https://doi.org/10.1093/gji/ggz309>
21. Новые данные о проявлениях цунами на тихоокеанском побережье России по инструментальным измерениям 2009–2010 гг. / Г. В. Шевченко [и др.] // *Доклады Академии наук*. 2011. Т. 438, № 6. С. 823–828. EDN NXQPHF.
22. *Королев Ю. П., Храмушин В. Н.* Об оперативном прогнозе цунами 1 апреля 2014 г. вблизи побережья Курильских островов // *Метеорология и гидрология*. 2016. № 4. С. 86–93. EDN VSZHUD.
23. *Okal E. A.* The quest for wisdom: lessons from 17 tsunamis, 2004–2014 // *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 2015. Vol. 373, iss. 2053. 20140370. <https://doi.org/10.1098/rsta.2014.0370>
24. *Smith W. H. F., Sandwell D. T.* Bathymetric prediction from dense satellite altimetry and sparse shipboard bathymetry // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. 1994. Vol. 99, iss. B11. P. 21803–21824. <https://doi.org/10.1029/94JB00988>
25. *Smith W. H. F., Sandwell D. T.* Global sea floor topography from satellite altimetry and ship depth soundings // *Science*. 1997. Vol. 277, iss. 5334. P. 1956–1962. [doi:10.1126/science.277.5334.1956](https://doi.org/10.1126/science.277.5334.1956)
26. The 15 August 2007 Peru Earthquake and Tsunami: Influence of the Source Characteristics on the Tsunami Heights / H. Hébert [et al.] // *Pure and Applied Geophysics*. 2009. Vol. 166, iss. 1–2. P. 211–232. <https://doi.org/10.1007/s00024-008-0439-0>
27. Real-time experimental forecast of the Peruvian tsunami of August 2007 for U.S. coastlines / Y. Wei [et al.] // *Geophysical Research Letters*. 2008. Vol. 35, iss. 4. L04609. <https://doi.org/10.1029/2007GL032250>
28. Source estimate and tsunami forecast from far-field deep-ocean tsunami waveforms – The 27 February 2010 M_w 8.8 Maule earthquake / M. Yoshimoto [et al.] // *Geophysical Research Letters*. 2016. Vol. 43, iss. 2. P. 659–665. <https://doi.org/10.1002/2015GL067181>
29. *An C., Sepúlveda I., Liu P. L.-F.* Tsunami source and its validation of the 2014 Iquique, Chile, Earthquake // *Geophysical Research Letters*. 2014. Vol. 41, iss. 11. P. 3988–3994. <https://doi.org/10.1002/2014GL060567>
30. Fault slip distribution of the 2014 Iquique, Chile, earthquake estimated from ocean-wide tsunami waveforms and GPS data / A. R. Gusman [et al.] // *Geophysical Research Letters*. 2015. Vol. 42, iss. 4. P. 1053–1060. <https://doi.org/10.1002/2014GL062604>
31. Deep-Water Characteristics of the Trans-Pacific Tsunami from the 1 April 2014 M_w 8.2 Iquique, Chile Earthquake / M. Heidarzadeh [et al.] // *Pure and Applied Geophysics*. 2015. Vol. 172, iss. 3–4. P. 719–730. <https://doi.org/10.1007/s00024-014-0983-8>

32. Real-Time Assessment of the 16 September 2015 Chile Tsunami and Implications for Near-Field Forecast / L. Tang [et al.] // The Chile-2015 (Illapel) Earthquake and Tsunami. Cham : Birkhäuser, 2017. P. 267–285. https://doi.org/10.1007/978-3-319-57822-4_19
33. Fast evaluation of tsunami waves heights around Kamchatka and Kuril Islands // M. Lavrentiev [et al.] // Science of Tsunami Hazards. 2019. Vol. 38, no. 1. P. 1–13. URL: <http://www.tsunamisociety.org/STHVol38N1Y2019.pdf> (дата обращения 25.05.2022).

Об авторе:

Королёв Юрий Павлович, ведущий научный сотрудник, лаборатория цунами, Институт морской геологии и геофизики ДВО РАН (693022, Россия, Южно-Сахалинск, ул. Науки, 16), кандидат физико-математических наук, доцент, **ORCID 0000-0002-7068-7341**, Yu_P_K@mail.ru

Пространственно-временная изменчивость результатирующего длинноволнового излучения на поверхности северо-западной части Тихого океана по данным реанализа ERA5

Г. В. Шевченко^{1, 2, ✉}, Д. М. Ложкин¹

¹ Сахалинский филиал ФГБНУ «ВНИРО» («СахНИРО»), Южно-Сахалинск, Россия

² Институт морской геологии и геофизики ДВО РАН, Южно-Сахалинск, Россия

✉ Shevchenko_zhora@mail.ru

Поступила в редакцию 22.09.2022; одобрена после рецензирования 23.10.2022;
принята к публикации 09.03.2023.

Аннотация

Цель работы. Изучена пространственно-временная изменчивость результирующего длинноволнового излучения, отражающего потери тепла океаном, на поверхности северо-западной части Тихого океана и дальневосточных морей на основе данных реанализа ERA5 за 1998–2021 гг.

Методы и результаты. Материалом для данной работы послужили данные реанализа ERA5 по результирующему длинноволновому излучению в области, ограниченной координатами 42°–60° с. ш. и 135°–180° в. д., включающей дальневосточные моря и северо-западную часть Тихого океана. Массив среднемесячных значений с разрешением по пространству четверть градуса анализировался с применением стандартных статистических методов. Были построены средние многолетние распределения длинноволнового излучения для каждого месяца и по сезонам, в каждой пространственной ячейке рассчитаны амплитуды и фазы годовой и полугодовой гармоник, коэффициенты линейного тренда, выполнено разложение по естественным ортогональным функциям. Наибольшие значения длинноволнового излучения наблюдаются зимой, прежде всего в Японском море и в области к востоку от о. Хонсю. Значительных величин достигает поток тепла из океана в атмосферу в этих же областях и осенью, а также в прибрежной полосе вдоль всего материкового берега. Наиболее вероятной причиной таких особенностей распределения длинноволнового излучения является атмосферная циркуляция, а именно характерный для холодного сезона устойчивый ветер северо-западного румба (зимний муссон). В открытом океане потери тепла меньше, особенно летом, чему способствует плотная облачность. Аналогичные результаты получены и методом естественных ортогональных функций: значения пространственного распределения первой моды убывают с запада на восток (по абсолютной величине).

Выводы: Выявлено, что потери тепла в изучаемой акватории происходят главным образом осенью и зимой в западной ее части – в Японском море, к востоку от о. Хонсю и особенно в узкой полосе вдоль всего материкового побережья, но зимой в районах севернее 48° с. ш. (Татарский пролив, Охотское море) они демпфируются ледяным покровом. Однонаправленные тенденции в изменениях длинноволнового излучения выражены сравнительно слабо и различаются на одних и тех же участках акватории в различные сезоны года.

Ключевые слова: длинноволновое излучение, реанализ, северо-западная часть Тихого океана, дальневосточные моря

Благодарности: работа выполнена в рамках госзадания ФГБНУ «ВНИРО» по теме «Изучение влияния изменчивости климато-океанологических условий на основные объекты российского рыболовства».

Для цитирования: Шевченко Г. В., Ложкин Д. М. Пространственно-временная изменчивость результирующего длинноволнового излучения на поверхности северо-западной части Тихого океана по данным реанализа ERA5 // Морской гидрофизический журнал. 2023. Т. 39, № 3. С. 359–370. EDN HJUFMZ. doi:10.29039/0233-7584-2023-3-359-370

Original article

Spatio-Temporal Variability of the Resulting Long-Wave Radiation on the Surface of the Northwestern Pacific Ocean Based on the ERA5 Reanalysis Data

G. V. Shevchenko ^{1, 2, ✉}, D. M. Lozhkin ¹

¹ Sakhalin Branch of the Russian Federal Research Institute of Fisheries and Oceanography, Yuzhno-Sakhalinsk, Russia

² Institute of Marine Geology and Geophysics, Far Eastern Branch of Russian Academy of Sciences, Yuzhno-Sakhalinsk, Russia
✉ Shevchenko_zhora@mail.ru

Abstract

Purpose. The work is purposed at studying spatio-temporal variability of the resulting long-wave radiation reflecting the ocean heat loss, on the surface of the northwestern Pacific Ocean and the Far Eastern seas based on the ERA5 reanalysis data for 1998–2021.

Methods and Results. The ERA5 reanalysis data on the resulting long-wave radiation in the region limited by 42°–60° N and 135°–180° E, and including the Far Eastern seas and the northwestern part of the Pacific Ocean constituted the material for the study. The array of monthly averages with a quarter degree spatial resolution was analyzed using the standard statistical methods. Average long-term distributions of long-wave radiation were constructed for each month and by seasons; the amplitudes and phases of the annual and semi-annual harmonics, and the linear trend coefficients were calculated in each spatial cell, also the empirical orthogonal functions decomposition was performed. The highest values of long-wave radiation were observed in winter, primarily in the Sea of Japan and in the area east of the island Honshu. The heat flux from the ocean to the atmosphere reached its significant values in the same areas in autumn, as well as in the coastal strip along the entire continental coast. The most probable reason for such features in the distribution of long-wave radiation is the atmospheric circulation, namely, the steady northwesterly wind (winter monsoon) characteristic of a cold season. In the open ocean, heat loss is less, especially in summer, which is facilitated by dense clouds. Similar results were obtained by the method of empirical orthogonal functions: the values of the first mode spatial distribution decrease from west to east (in absolute value).

Conclusions. It was revealed that heat losses in the studied area occur mainly in autumn and winter in its western part – in the Sea of Japan, east of the island Honshu, and especially in a narrow strip along the entire mainland coast; but in winter in the areas north of 48° N (the Tatar Strait, the Sea of Okhotsk), they are damped by the ice cover. Unidirectional trends in the changes of long-wave radiation are pronounced relatively weakly, and differ in the same water areas in different seasons of a year.

Keywords: long-wave radiation, reanalysis, northwestern part of the Pacific Ocean, Far Eastern seas

Acknowledgments: The study was carried out within the framework of the state assignment of the FSBSI “ARIFO” on theme “Study of the impact of variability of climate and oceanological conditions upon the basic objects of Russian fisheries”.

For citation: Shevchenko, G.V. and Lozhkin, D.M., 2023. Spatio-Temporal Variability of the Resulting Long-Wave Radiation on the Surface of the Northwestern Pacific Ocean Based on the ERA5 Reanalysis Data. *Physical Oceanography*, 30(3), pp. 331-342. doi:10.29039/1573-160X-2023-3-331-342

Введение

Изменения теплосодержания поверхностного слоя океана в условиях глобальных климатических изменений, проявляющиеся наиболее наглядно в вариациях температуры его поверхности (ТПО), представляют большой научный интерес, так как они отражают сложные процессы взаимодействия атмосферы и океана, а также адвективные и конвективные движения водных масс внутри него. В отношении акваторий северо-западной части Тихого океана (СЗТО) и дальневосточных морей они имеют также важное прикладное значение с точки зрения характеристики изменчивости условий обитания пелагических рыб, прежде всего такого важного для экономики Дальневосточного региона вида, как тихоокеанские лососи [1]. Для изучения термических условий в Охотском море и прилегающих акваториях в Сахалинском филиале ФГБНУ ВНИРО (СахНИРО) в 1997 г. была установлена приемная спутниковая станция *TeraScan*, с 1998 г. формируется база данных ТПО, которая является главной составляющей информационной основы этих исследований [2]. В последнее время предпринимаются попытки комплексного исследования вариаций теплосодержания поверхностного слоя воды в данном регионе в условиях изменяющегося климата. Для этого используются данные реанализа *ERA5* о широком круге возможных влияющих факторов, из которых к настоящему времени изучена пространственно-временная изменчивость коротковолновой солнечной радиации [3].

Вариациям различных составляющих радиационного баланса, в частности излучению тепла из океана в атмосферу, посвящено не так много работ, и касаются они преимущественно тропических областей океана [4–6]. Наиболее важным с точки зрения данного исследования было их изучение в выделенных районах северной части Тихого океана (выше параллели 20°) в 1948–2009 гг. [7]. Это исследование было основано на данных реанализа *NCEP/NCAR*, рассматривались затраты тепла на испарение, турбулентный поток тепла, потоки коротковолновой (*short wave radiation*, сокр. *SWR*) и длинноволновой (*long wave radiation*, сокр. *LWR*) радиации. В частности, отмечено снижение потока тепла, излучаемого океаном в атмосферу в тропических районах, а также во внетропических – восточнее 180° в. д., что, по мнению авторов, явилось причиной возрастания результирующего потока во внутренние слои океана в указанных акваториях.

Более детально, без усреднения по районам, пространственно-временная изменчивость *SWR* исследовалась в работе авторов [3] на основе данных реанализа *ERA5* за 1998–2021 гг. в СЗТО (севернее 42-й параллели и западнее 180-го меридиана). Выбор временного интервала для анализа данных в работе [3], как и в настоящем исследовании, был обусловлен имеющейся в СахНИРО базой данных ТПО. Для оценки сезонных и межгодовых вариаций рассматривались осредненные распределения по сезонам года, рассчитывались амплитуды и фазы годовой и полугодовой гармоник, коэффициенты линейного тренда и т. д. Поскольку для понимания изменчивости теплосодержания поверхностного слоя океана также важна и интересна информация о потерях тепла океаном, выделение наиболее важных в этом отношении зон, аналогичный подход применен в данной работе к массиву данных *LWR*.

Целью настоящей работы было изучить пространственно-временную изменчивость потока результирующего длинноволнового излучения на поверхности СЗТО и дальневосточных морей на основе данных реанализа за 1998–2021 гг.

Материалы и методика

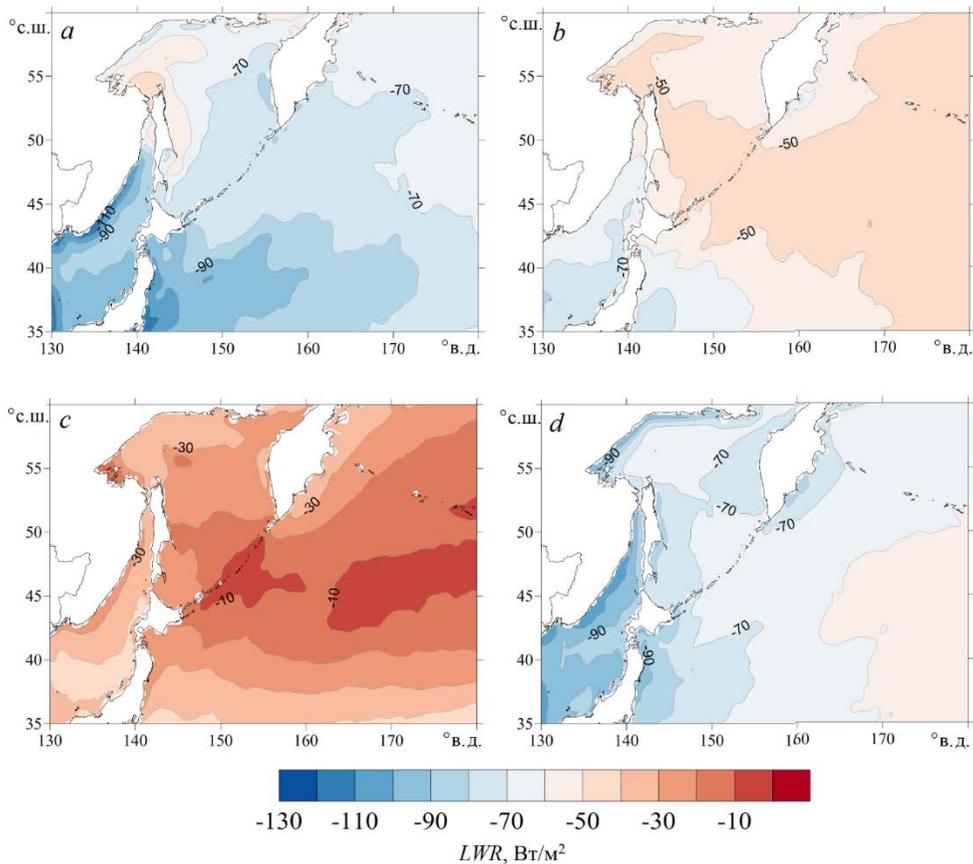
Материалами для проведения исследований явились данные реанализа ERA5 по результирующему длинноволновому излучению LWR с учетом влияния облачности в области, ограниченной координатами 35° – 70° с. ш., 130° – 180° в. д. Эта область охватывает акваторию дальневосточных морей (по Берингову морю только его западную часть, прилегающую к побережью России) и СЗТО. Пространственное разрешение данных составляло четверть градуса, дискретность по времени – 1 мес. Все значения LWR отрицательные, что означает потерю энергии поверхностным слоем океана вследствие излучения тепла в атмосферу.

Целью работы было изучить особенности пространственно-временной изменчивости LWR (сезонных и межгодовых вариаций на различных участках акватории) как важной составляющей радиационного баланса. Для ее реализации в каждой пространственной ячейке для каждого месяца рассчитаны средние многолетние значения данного параметра, отражающие сезонные изменения потока результирующего длинноволнового излучения. Для определения количественных характеристик сезонных вариаций потока LWR рассчитывались амплитуды и фазы годовой и полугодовой гармоник. В каждой ячейке были найдены параметры линейного тренда (для каждого месяца и каждого сезона). Последовательность полей (временных слоев) LWR исследовалась также с применением метода разложения по естественным ортогональным функциям (ЕОФ). Этот вид статистического анализа позволяет одновременно изучать основные особенности и сезонных, и межгодовых вариаций [8]. Межгодовая изменчивость температуры поверхности моря, а также коротковолновой солнечной радиации по результатам такого разложения выражена главным образом в модуляции годовой гармоник (прежде всего в изменчивости летних максимумов) [2, 3]. Аналогичных проявлений можно было ожидать и в вариациях временных функций главных мод разложения LWR по ЕОФ. Для оценки характера этой модуляции были сформированы выборки за декабрь и за июль (периоды максимального и минимального результирующего длинноволнового излучения), циклические вариации с периодами от 3 до 11 лет определялись по этим выборкам.

Результаты и обсуждение

Осредненные распределения LWR по сезонам. На рис. 1 представлены осредненные за весь рассматриваемый период времени (1998–2021 гг.) для центральных месяцев различных сезонов года пространственные распределения LWR в дальневосточных морях и СЗТО. Наибольших (по абсолютной величине) значений данный параметр достигает зимой, в январе. Максимальные величины результирующего длинноволнового излучения выявлены у побережья Приморья (к югу от 48° с. ш.), а также в зоне влияния теплого течения Куроисио у восточного побережья Японии и его ветви – Цусимского течения –

у западного. Наименьшие значения потока тепла в атмосферу наблюдаются в западной части Охотского моря и на севере Татарского пролива – областях, традиционно покрытых льдом. Очевидно, ледяной покров препятствует потере тепла океаном зимой.



Р и с. 1. Средние многолетние пространственные распределения LWR , Вт/м², в январе (а), апреле (b), июле (c) и октябре (d)

Fig. 1. Average long-term spatial distributions of LWR , W/m², in January (a), April (b), July (c) and October (d)

Весной пространственное распределение LWR более однородно, пространственные различия параметра невелики. На большей части изучаемой акватории значения параметра составляют около -50 Вт/м², несколько выше по абсолютной величине (около -70 Вт/м²) они на акватории Японского моря и вблизи восточного побережья о. Хонсю.

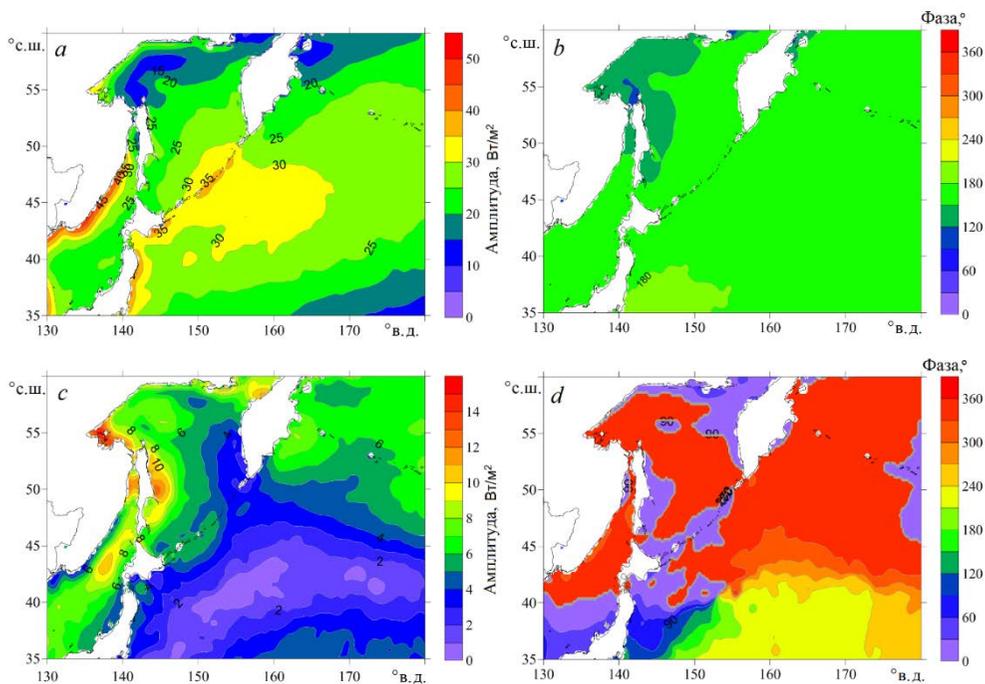
Летом поток результирующего длинноволнового излучения существенно ослабевает, значения LWR на большей части региона составляют $-20 \dots -30$ Вт/м², область с самыми низкими значениями (около -10 Вт/м²) вытянута от центральной части Курильской гряды на восток примерно вдоль параллели 45° с. ш. В этой области традиционно наблюдается высокая облачность, которая препятствует излучению тепла в атмосферу. Наиболее значимый поток

длинноволнового излучения отмечен на северо-западе Охотского моря, у берегов Камчатки и, что несколько неожиданно, вдоль южной границы изучаемого района. Возможно, эта особенность обусловлена характером формирования облачности, которая здесь менее плотная по сравнению с зоной вблизи 45-й параллели.

Осенью поток длинноволнового излучения достигает величин, близких к наблюдаемым в зимний период. Наибольшие значения ($-90 \dots -100 \text{ Вт/м}^2$) обнаружены в сравнительно узкой полосе вдоль всего материкового побережья от залива Петра Великого на юге до пролива Невельского на севере Японского моря, а также вдоль западного и северного участков побережья Охотского моря. Эта особенность обусловлена действием характерного для этого периода времени сильного и устойчивого ветра северо-западного румба (зимний муссон), несущего холодный воздух с материка, сгоняющего и выхолаживающего поверхностный слой воды вдоль всего материкового побережья рассматриваемого региона. Это хорошо согласуется с результатами работы [2], в которой было выявлено более раннее охлаждение воды в поверхностном слое в северо-западной части Охотского моря по сравнению с основной его акваторией, что наиболее явно показывает существенное влияние излучения тепла в атмосферу на формирование пространственно-временной изменчивости ТПО. Вероятно, с точки зрения рассматриваемых процессов эту область можно отнести к энергоактивным зонам океана по аналогии с районом к востоку от о. Хонсю [9]. Обращает внимание также уменьшение потока LWR в направлении с запада на восток, минимальные по абсолютной величине значения (около -50 Вт/м^2) обнаружены на юго-востоке рассматриваемой области, в Тихом океане.

Гармонический анализ сезонных вариаций. Для количественной характеристики сезонных вариаций LWR были рассчитаны амплитуды и фазы годовой и полугодовой гармоник (расчет производился методом наименьших квадратов в каждой пространственной ячейке изучаемой акватории). Результаты расчета в виде пространственных распределений этих параметров представлены на рис. 2. Самые высокие значения амплитуды годовой составляющей отмечены в районах, где в зимний период наблюдается наибольший поток результирующего длинноволнового излучения, – прибрежных областях Приморья, восточного побережья Японии и Курильских островов. В северной части Охотского моря (в замерзающих районах) и на юго-востоке изучаемой области она имеет наименьшую величину. Вероятно, в первом случае это связано с уменьшением потерь тепла зимой вследствие влияния ледяного покрова, во втором случае – вследствие влияния облачности.

Вариации фазы годовой гармоник незначительны, можно отметить только ее уменьшение в северо-западной части Охотского моря и в Татарском проливе по сравнению с основной частью изучаемой акватории. Это означает, что максимальные и минимальные значения потока тепла из океана в атмосферу фиксируются примерно в одни и те же сроки, исключение составляют замерзающие районы (в них максимум излучения приходится на ноябрь).

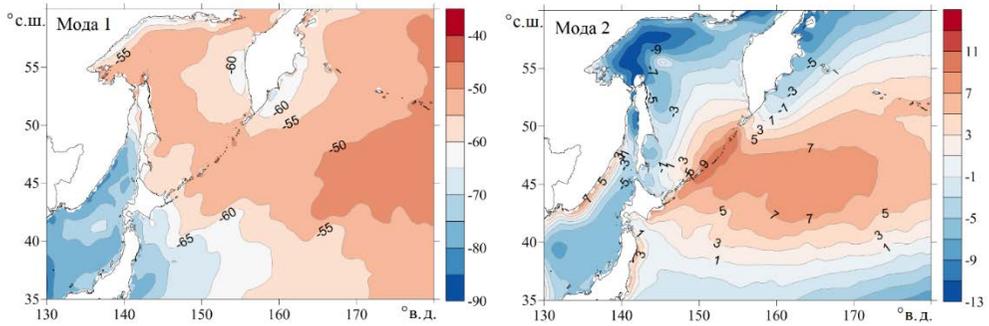


Р и с. 2. Пространственное распределение амплитуд (*a, c*) и фаз (*b, d*) годовой (*a, b*) и полугодовой (*c, d*) гармоник

F i g. 2. Spatial distribution of amplitudes (*a, c*) and phases (*b, d*) of annual (*a, b*) and semi-annual (*c, d*) harmonics

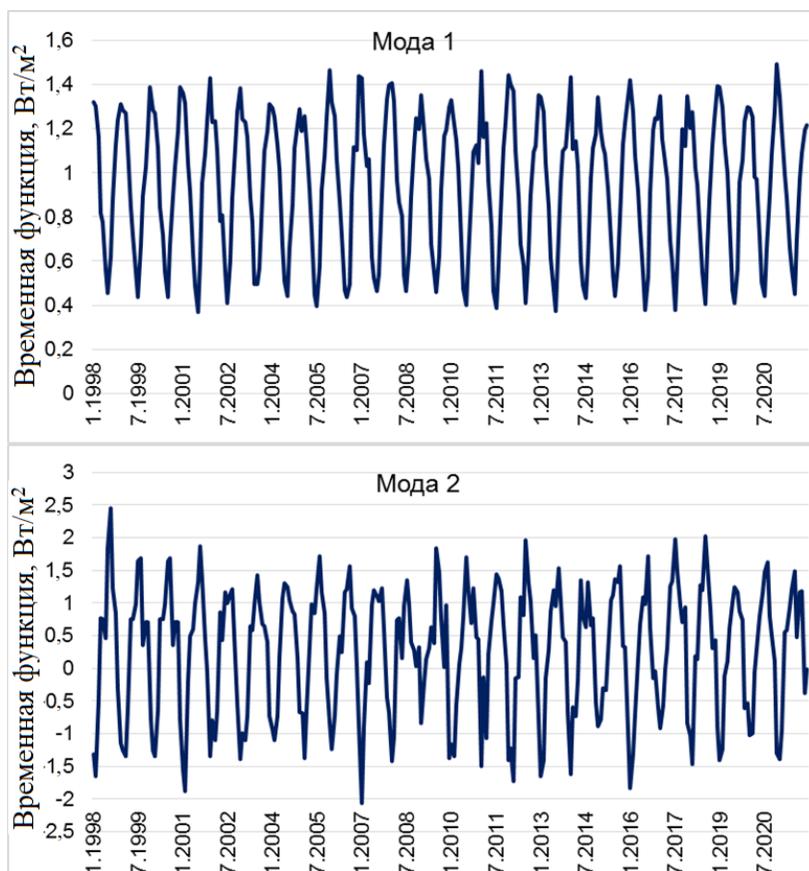
Пространственное распределение амплитуды и фазы полугодовой гармоник имеют более сложный характер. На обширной акватории СЗТО амплитуда невелика, наибольшие ее значения (8–10 Вт/м²) отмечены в западной части Охотского моря в традиционно замерзающей акватории, особенно в районе Шантарских островов (до 15 Вт/м²). В Японском море, за исключением северной части Татарского пролива, отметим более высокую интенсивность полугодовых вариаций по центру его акватории. Дать физическое объяснение причинам этого явления затруднительно. Наблюдается заметный фазовый сдвиг между акваториями к северу и к югу от параллели 40° с. ш.

Разложение LWR по ЕОФ. В значительной мере характер сезонных вариаций отражают также результаты разложения последовательности полей *LWR* по ЕОФ, так как методика ориентирована на минимизацию остаточной дисперсии, а годовой ход у изучаемого параметра является основным. Пространственные распределения первых двух главных мод разложения (объясняют 97,4 и 0,8 % общей дисперсии параметра соответственно) представлены на рис. 3, а графики соответствующих им временных функций – на рис. 4.



Р и с. 3. Пространственное распределение первых двух мод разложения последовательности полей LWR по EOF (безразмерное)

F i g. 3. Spatial distribution of the first two modes of decomposition of the LWR fields sequence in EOF (dimensionless)



Р и с. 4. Вариации временных функций первой (*сверху*) и второй (*снизу*) мод разложения LWR по EOF

F i g. 4. Variations in the time functions of the first (*top*) and second (*bottom*) modes of the LWR decomposition in EOF

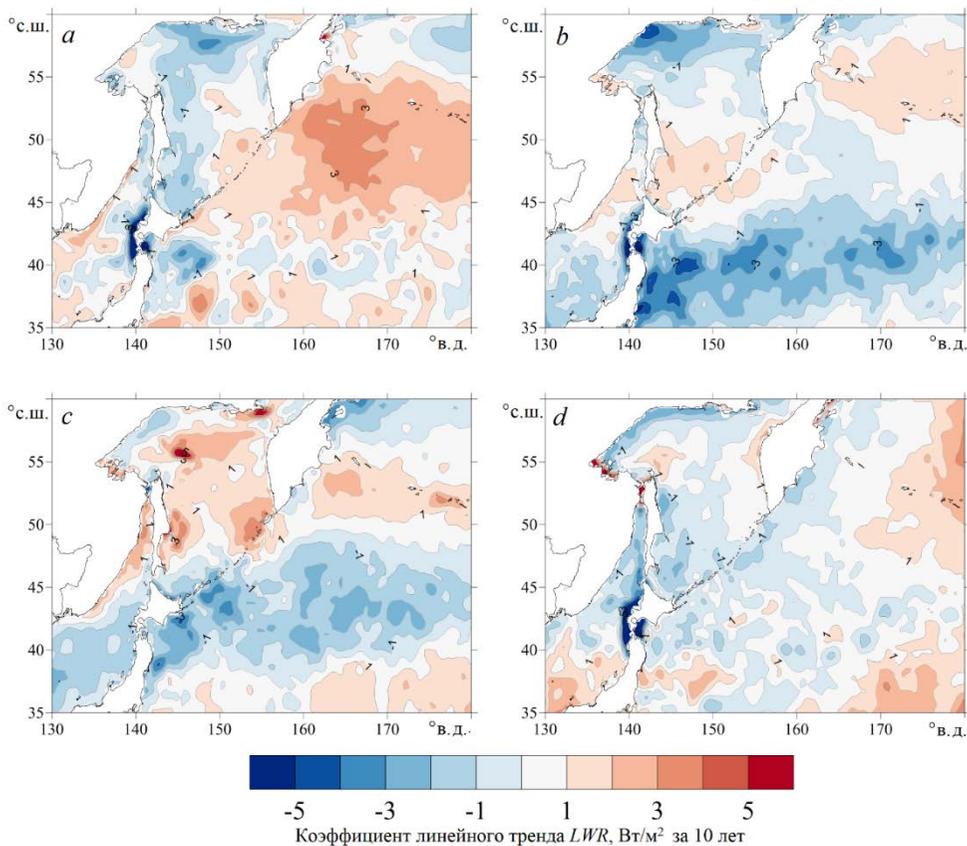
Значения пространственного распределения первой моды, которая принималась безразмерной, во всех точках акватории отрицательные (временной функции – положительные). Максимальные по абсолютной величине значения пространственной функции выявлены на акватории Японского моря (за исключением северной части Татарского пролива) и у восточного берега о. Хонсю ($-70 \dots -90 \text{ Вт/м}^2$). Это говорит, в частности, о значительных потерях тепла в этих акваториях в зимний период, что не удивительно – его запасы, очевидно, существенно больше, чем в Охотском море, и ледяной покров в исследуемой области, кроме упомянутой вершины Татарского пролива, почти отсутствует. Самые низкие показатели обнаружены в удаленной части Тихого океана и центральной Берингова моря. Это указывает на важную роль материка, в частности идущих с него воздушных потоков, в процессах теплообмена между атмосферой и океаном.

В вариациях временной функции явно доминирует годовой ход с амплитудой $0,4 \text{ Вт/м}^2$: на нее приходится 96,8 % дисперсии. Фаза составляет 348° , что отвечает максимальному значению в декабре. Однонаправленная тенденция в изменениях временной функции выражена слабо, межгодовые вариации заключаются в низкочастотной модуляции сигнала, более заметных в максимумах. По выборке декабрьских максимумов выяснилось, что не наблюдалось одной ярко выраженной периодичности. В наибольшей степени проявлялась трехлетняя составляющая, зона влияния которой охватывала значительную часть Охотского моря с максимальными амплитудами на северном шельфе. По июльским минимумам наиболее интересным выявленным фактом была явная связь с циклическими составляющими коротковолновой радиации и ТПО. В частности, было отмечено проявление 11-летнего цикла в обоих параметрах на северном шельфе Охотского моря [3].

Пространственное распределение второй моды характеризуется областью с положительными значениями в центре изучаемого района (а также в узких полосах у побережья Приморья и у западного берега Хонсю) и отрицательными – по его периферии. Наибольшие положительные значения пространственной функции отмечены в центральной части Курильской островной гряды (10–11), отрицательные – в северо-западной части Охотского моря ($-11 \dots -12$). Вариации временной функции также имеют выраженный годовой ход с амплитудой $1,2 \text{ Вт/м}^2$ и фазой 188° , соответствующей положительному максимуму в июле (иногда он наблюдается в августе) и минимуму в январе (иногда в феврале). Роль второй моды относительно невелика, она является некоторой поправкой к распределению LWR , определяемому первой модой, поэтому модуляция ее временной функции не рассматривалась.

Коэффициенты линейного тренда. На рис. 5 представлены карты пространственного распределения коэффициентов линейного тренда LWR , рассчитанного посезонно (показатели приведены к 10-летним интервалам). Зимой на акватории большей части изучаемого района наблюдались положительные тенденции с относительно небольшими скоростями ($1-3 \text{ Вт/м}^2$ за 10 лет), наибольшие величины отмечены в СЗТО к востоку от п-ова Камчатка. Слабо выраженные отрицательные тренды (около $-1 \dots -2 \text{ Вт/м}^2$ за 10 лет) обнаружены в северной и западной частях Охотского моря (возможно, в этих районах

они связаны с уменьшением ледовитости в данном бассейне), а также у западного и южного берегов Хоккайдо.



Р и с. 5. Пространственные распределения коэффициентов линейного тренда LWR ($Вт/м^2$ за 10 лет) зимой (*a*), весной (*b*), летом (*c*) и осенью (*d*)

Fig. 5. Spatial distributions of the LWR linear trend coefficients (in W/m^2 over 10 years) in winter (*a*), spring (*b*), summer (*c*) and autumn (*d*)

Весной положительные тренды ($1-3 \text{ Вт/м}^2$ за 10 лет) обнаружены в южной части Охотского моря и в районе Алеутской островной дуги – в большей степени в южной части Берингова моря и несколько в меньшей – в примыкающей к ним части СЗТО. Отрицательные тренды ($-1 \dots -4 \text{ Вт/м}^2$ за 10 лет) выявлены в северной части Охотского моря и в районе субполярного фронта, вдоль параллели 40° с. ш.

Летом положительные тенденции (при приблизительно таких же значениях коэффициента линейного тренда) наблюдаются на большей части Охотского моря, в северной части Японского и на небольшом участке СЗТО вблизи Алеутских островов. В южной части Японского моря и на большей части акватории СЗТО тренды имеют отрицательный знак.

Осенью однонаправленные тенденции в изменениях потока результирующего длинноволнового излучения не выражены, величина коэффициентов линейного тренда на основной части изучаемого района невелика.

В целом однонаправленные тенденции в вариациях LWR в изучаемом районе не существенны, и значения коэффициента линейного тренда на одних и тех же участках акватории изменяются в различные сезоны года. Это согласуется с результатами работы [7], в которой тенденция к снижению излучения тепла в атмосферу была обнаружена в районах, расположенных или южнее, или восточнее рассматриваемой нами акватории.

Заключение

В результате выполненных исследований выявлено, что наибольших значений поток результирующего длинноволнового излучения, выражающий потерю тепла океаном, достигает зимой и осенью на акватории Японского моря, в западной части Охотского и в примыкающей к восточному побережью о. Хонсю части СЗТО. Особенно выделяется узкая полоса вдоль всего континентального побережья в осенний период. Очевидно, этот эффект обусловлен влиянием сгонных ветров северо-западного румба, характерного для зимнего муссона. С точки зрения рассматриваемого процесса эту область можно считать энергоактивной зоной атмосферы и океана в рассматриваемой акватории (наряду с выделенной ранее областью к востоку от о. Хонсю). Зимой в районах севернее широты 48° это явление выражено в меньшей степени из-за влияния ледяного покрова.

Минимальные по абсолютной величине значения LWR наблюдаются в июле, иногда в августе, в области, вытянутой от центральной части Курильской гряды на восток. Наиболее вероятная причина низкого потока LWR – влияние облачности.

Пространственно-временная изменчивость данного параметра хорошо описывается первой модой разложения по ЕОФ, значения пространственной функции которой возрастают по абсолютной величине с востока на запад. В вариациях ее временной функции доминирует годовой ход с амплитудой $0,4 \text{ Вт/м}^2$, межгодовые вариации выражены в его низкочастотной модуляции. В вариациях зимних максимумов наиболее значительна роль трехлетней составляющей, проявляющейся в восточной части Охотского моря. В колебаниях летних минимумов наиболее интересен 11-летний цикл, зона влияния которого сосредоточена на северном шельфе Охотского моря и совпадает с областью проявления аналогичной составляющей потока коротковолновой солнечной радиации.

Однонаправленные тенденции в изменениях LWR выражены слабо, коэффициенты линейного тренда колеблются в пределах $1\text{--}4 \text{ Вт/м}^2$ за 10 лет по абсолютной величине и существенно изменяются на одних и тех же участках акватории в разные сезоны года.

Подводя итоги проведенного исследования, можно констатировать, что на поток тепла из океана в атмосферу оказывают влияние такие факторы, как атмосферная циркуляция (в особенности зимний муссон), ледяной покров и облачность. Полученные результаты важны для понимания особенностей формирования теплосодержания в поверхностном слое воды в изучаемом регионе,

так как вместе с рассмотренной нами в более ранних работах коротковолновой радиацией она формирует радиационный баланс и определяет результирующий поток тепла в поверхностном слое океана.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Цхай Ж. Р., Шевченко Г. В., Ложкин Д. М.* Анализ термических условий в северо-западной части Тихого океана по спутниковым данным // Исследование Земли из космоса. 2022. № 1. С. 30–37. EDN HRSJAX. doi:10.31857/S0205961422010079
2. *Шевченко Г. В., Ложкин Д. М.* Сезонные вариации температуры поверхности Охотского моря и прилегающих районов по данным спутниковых наблюдений и реанализа ERA5 // Океанологические исследования. 2022. Т. 50, № 1. С. 25–37. doi:10.29006/1564-2291.JOR-2022.50(1).3
3. *Ложкин Д. М., Шевченко Г. В.* Сезонная и межгодовая изменчивость потока солнечной радиации на поверхности Охотского моря и прилегающих акваторий // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2022. Т. 19, № 1. С. 253–264. doi:10.21046/2070-7401-2022-19-1-253-264
4. *Siegel D. A., Dickey T. D.* Variability of net longwave radiation over the eastern North Pacific Ocean // Journal of Geophysical Research: Oceans. 1986. Vol. 91, iss. C6. P. 7657–7666. <https://doi.org/10.1029/JC091iC06p07657>
5. ENSO surface longwave radiation forcing over the tropical Pacific / K. G. Pavlakis [et al.] // Atmospheric Chemistry and Physics. 2007. Vol. 7, iss. 8. P. 2013–2026. <https://doi.org/10.5194/acp-7-2013-2007>
6. *Thandlam V., Rahaman H.* Evaluation of surface shortwave and longwave downwelling radiations over the global tropical oceans // SN Applied Sciences. 2019. Vol. 1, iss. 10. 1171. <https://doi.org/10.1007/s42452-019-1172-2>
7. *Пономарев В. И., Петрова В. А., Дмитриева Е. В.* Климатическая изменчивость составляющих теплового баланса поверхности северной части Тихого океана // Известия ТИНРО. 2012. Т. 169. С. 67–76.
8. *Багров Н. А.* Аналитическое представление последовательности метеорологических полей посредством естественных ортогональных составляющих // Труды Центрального института прогнозов. 1959. Вып. 74. С. 3–24.
9. *Власова Г. А., Полякова А. М.* Энергоактивная зона океана и атмосферы в северо-западной Пацифике // Известия Российского государственного педагогического университета имени А. И. Герцена. 2013. № 163. С. 128–140.

Об авторах

Шевченко Георгий Владимирович, зав. лабораторией океанографии, Сахалинский филиал Всероссийского научно-исследовательского института рыбного хозяйства и океанографии (ВНИРО) (693023, Россия, Южно-Сахалинск, ул. Комсомольская, 196), ведущий научный сотрудник лаборатории цунами, Институт морской геологии и геофизики ДВО РАН (693023, Россия, Южно-Сахалинск, ул. Науки, 1Б), доктор физико-математических наук, **ORCID ID: 0000-0003-0785-4618**, shevchenko_zhora@mail.ru

Ложкин Дмитрий Михайлович, специалист лаборатории океанографии, Сахалинский филиал Всероссийского научно-исследовательского института рыбного хозяйства и океанографии (ВНИРО) (693023, Россия, Южно-Сахалинск, ул. Комсомольская, 196), **ORCID ID: 0000-0002-7073-681X**

Характеристики взвеси в Южном океане в районе 20° восточной долготы по измерениям индикатрис рассеяния света

В. И. Маньковский, Е. В. Маньковская ✉

Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, Россия
✉ etankovskaya@mhi-ras.ru

Поступила в редакцию 06.09.2022; одобрена после рецензирования 02.10.2022;
принята к публикации 09.03.2023.

Аннотация

Цель. Цель работы – представить и обсудить результаты определения массовой концентрации взвеси и ее органической и минеральной фракций по измерениям индикатрис рассеяния света в водах Южного океана в районе меридиана 20° в. д. от 37° до 55° ю. ш.

Методы и результаты. Данные измерений индикатрисы рассеяния света получены в 10-м рейсе НИС «Академик Вернадский» в январе – феврале 1975 г. на океанографическом разрезе по линии меридиана 20° в. д. от 37° до 55° ю. ш. со станциями через 1°. Расчет состава взвеси выполнен по результатам этих измерений. Получено распределение массовой концентрации взвеси (суммарной, органической и минеральной) на разрезе. Максимальное повышение концентрации органической взвеси на разрезе наблюдалось в области подъема вод на 53° ю. ш.: $C_{орг} = 0,830$ мг/л ($C_{сум} = 1,062$ мг/л), что свидетельствует о наибольшей продуктивности вод в данном районе. По эмпирической связи с концентрацией органической взвеси выполнен расчет концентрации хлорофилла на разрезе. Установлена связь суммарной массовой концентрации взвеси с показателем рассеяния в поверхностных водах в виде $C_{сум} = 1,496 \sigma_{520} - 0,0676$ ($R = 0,95$). Рассмотрены особенности распределения с глубиной органической взвеси в районах подъема, опускания вод и без признаков вертикального движения вод.

Выводы. По измерениям индикатрис рассеяния света в Южном океане в районе 20° в. д. 37°–55° ю. ш. получены данные о массовой концентрации суммарной взвеси, а также ее органической и минеральной фракций. Максимум концентрации органической взвеси находится в окрестности среднего многолетнего положения Полярного фронта, где массовое развитие фитопланктона наблюдается регулярно. Особенности вертикальной структуры органической фракции взвеси напрямую связаны с вертикальной динамикой вод. Между массовой концентрацией суммарной взвеси и показателем рассеяния в поверхностных водах существует тесная взаимосвязь.

Ключевые слова: индикатриса рассеяния, взвесь, органическая взвесь, минеральная взвесь, концентрация взвеси, Южный океан

Благодарности: работа выполнена в рамках государственного задания ФГБУН ФИЦ МГИ по теме № FNNN-2021-0003 и FNNN-2021-0005.

Для цитирования: Маньковский В. И., Маньковская Е. В. Характеристики взвеси в Южном океане в районе 20° восточной долготы по измерениям индикатрис рассеяния света // Морской гидрофизический журнал. 2023. Т. 39, № 3. С. 371–383. EDN KJVRXB. doi:10.29039/0233-7584-2023-3-371-383

Characteristics of Suspended Matter in the South Ocean in the 20° E Region Based on the Measurements of Light Volume Scattering Functions

V. I. Mankovsky, E. V. Mankovskaya ✉

Marine Hydrophysical Institute, Russian Academy of Sciences, Sevastopol, Russia
✉ emankovskaya@mhi-ras.ru

Abstract

Purpose. The purpose of the work is to present and discuss the results of determining the mass concentration of suspended matter and its organic and mineral fractions by measuring the light volume scattering functions in the South Ocean in the 20° E meridian region from 37° to 55° S.

Methods and Results. The measurement data on the light volume scattering function were obtained in the 10th cruise of the R/V “Akademik Vernadsky” in January–February, 1975 at the oceanographic section along the 20° E meridian from 37° to 55° S at the stations located 1° apart. The suspended matter composition was calculated based on the results of these measurements. The distribution of mass concentration of the suspended matter (total, organic and mineral) at the section was obtained. The maximum increase in the organic suspension concentration at the section was observed in the area of water rise at 53° S: $C_{org} = 0.830$ mg/l ($C_{total} = 1.062$ mg/l), that indicates the highest water productivity in this region. Based on the empirical relationship with the organic suspension concentration, the chlorophyll concentration at the section was calculated. The relation between the total mass concentration of suspended matter and the scattering coefficient in surface waters in the form $C_{total} = 1.496 \sigma_{520} - 0.0676$ ($R = 0.95$) was established. The features of the organic suspension vertical distribution in the areas of water rise and lowering, and with no signs of water vertical movement, were considered.

Conclusions. Measurements of the light volume scattering functions in the South Ocean in the region of 20° E and 37°–55° S permitted to obtain the data on mass concentration of the total suspended matter, as well as its organic and mineral fractions. The maximum concentration of organic suspension is located in the vicinity of the average long-term position of the Polar Front, where the mass development of phytoplankton is observed regularly. The features of vertical structure of the suspension organic fraction are directly related to the water vertical dynamics. There is a close relationship between the mass concentration of total suspended matter and the scattering coefficient in the surface waters.

Keywords: light volume scattering function, suspended matter, organic suspended matter, mineral suspended matter, suspended matter concentration, South Ocean

Acknowledgments: The study was carried out within the framework of state assignment of the FRC MHI on themes No. FNNN-2021-0003 and No. FNNN-2021-0005.

For citation: Mankovsky, V.I. and Mankovskaya, E.V., 2023. Characteristics of Suspended Matter in the South Ocean in the 20° E Region Based on the Measurements of Light Volume Scattering Functions. *Physical Oceanography*, 30(3), pp. 343-354. doi:10.29039/1573-160X-2023-3-343-354

Введение

Взвесь играет важную роль во многих биологических, физических и геохимических процессах, протекающих в океанских водах. Кроме того, взвесь является важнейшим фактором, влияющим на оптические свойства океанских вод. Поэтому актуальной задачей является исследование концентрации и состава взвеси в разных районах Мирового океана.

Взвесь состоит из органических и минеральных частиц. Органическая взвесь состоит из живого фитопланктона и детрита – фрагментов отмершего

фито- и зоопланктона. Минеральная взвесь – это в основном частицы терригенного происхождения.

Взвесь влияет на рассеяние света в воде. Существуют методы обращения индикатрис рассеяния света, позволяющие по измеренным показателям рассеяния света $\sigma(\theta)$ определять численную и массовую концентрацию суммарной взвеси и отдельных ее фракций – органической и минеральной. Один из таких методов использовался в настоящей работе для определения взвеси в водах Южного океана.

Состав взвеси был определен по измерениям индикатрис рассеяния света на океанографическом разрезе по линии меридиана 20° в. д. от 37° до 55° ю. ш. в 10-м рейсе НИС «Академик Вернадский». Судовые измерения выполнены в январе – феврале 1975 г. в «дооптическую спутниковую эру» – период, когда еще не было специализированных спутниковых систем для изучения океана. Этот факт во многом определяет интерес к представленным данным. Результаты оптических измерений в данной экспедиции, показатели ослабления света, индикатрисы рассеяния света опубликованы в работе [1]. Приводимые в настоящей работе характеристики взвеси дополняют биооптические свойства вод в этом районе Южного океана.

Цель работы – представить и обсудить результаты определения массовой концентрации взвеси и ее органической и минеральной фракций по измерениям индикатрис рассеяния света в водах Южного океана в районе меридиана 20° в. д. от 37° до 55° ю. ш.

Район работ, аппаратура

Работы были выполнены в 10-м рейсе НИС «Академик Вернадский» (январь – февраль 1975 г.) в Южном океане на разрезе по линии меридиана 20° в. д. от 37° до 55° ю. ш. Станции на разрезе выполнялись через один градус.

Показатели рассеяния света $\sigma(\theta)$ (индикатриса рассеяния света) измерялись погружаемым нефелометром¹ на глубинах до 200 м. Прибор измеряет $\sigma(\theta)$ под углами 2° , затем через 5° в диапазоне $7,5^\circ \dots 162,5^\circ$. Используется длина волны 520 ± 40 нм.

Поскольку минимальный угол измерений нефелометра составляет 2° , то необходимые для расчетов показатели рассеяния света на углах $\theta < 2^\circ$ находились путем экстраполяции измеренной индикатрисы в эту область по формуле $\lg \sigma(\theta) = A + B\theta + C\theta^2$. Для нахождения коэффициентов A, B, C использовались показатели рассеяния $\sigma(\theta)$, измеренные на углах θ , равных $2^\circ; 7,5^\circ; 12,5^\circ$. На углах более $162,5^\circ$ принималось $\sigma(\theta) = \text{const}$.

Методика измерения индикатрисы рассеяния света $\sigma(\theta)$

Индикатрисы измерялись на каждой глубине три раза. Расчеты проводились по осредненной индикатрисе.

Минимальная глубина, на которой измерялись индикатрисы, составляла 5 м. Такая глубина была обусловлена тем, что измерения в большинстве слу-

¹ Маньковский В. И. Морской импульсный нефелометр // Приборы для научных исследований и системы автоматизации в АН УССР / Отв. ред. Б. Н. Малиновский, В. Т. Черепин. Киев : Наукова Думка, 1981. С. 87–89.

чаев происходили при волнении, во время которого в результате обрушения волн в верхних слоях воды возникают пузырьки воздуха, искажающие рассеяние света взвесью.

Формулы расчета взвеси

Для расчета характеристик взвеси по индикатрисам рассеяния использовались формулы из работы ². Для определения содержания в воде частиц в этой работе приведены формулы ($\lambda_{\text{расч}} = 549$ нм), по которым рассчитывается численная и массовая концентрация для трех фракций взвеси с радиусами частиц $r = 0,2 \div 0,5$ мкм, $r = 0,5 \div 1,0$ мкм, $r > 1,0$ мкм. Частицы с радиусами $r = 0,2 \div 0,5$ мкм и $r = 0,5 \div 1,0$ мкм составляют минеральную фракцию взвеси (мелкие частицы), с радиусами $r > 1,0$ мкм – органическую фракцию (крупные частицы). При расчете массовой концентрации плотность минеральных частиц принимают равной $2 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$, плотность органических частиц – $1 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$.

Для расчета концентрации частиц с радиусами $r > 1,0$ мкм используется показатель рассеяния $\sigma(\theta)$ на угле θ , равном 1° , для частиц $r = 0,2 \div 0,5$ мкм и $r = 0,5 \div 1,0$ мкм – на углах 45° и 6° соответственно. В табл. 1 приведены коэффициенты для расчета массовой концентрации C ($\text{мг} \cdot \text{м}^{-3}$) по формуле $C = m\sigma(\theta) + n$.

Т а б л и ц а 1
Table 1

Значения коэффициентов регрессии m , n и среднеквадратических относительных ошибок δ определения параметров взвеси Values of the regression coefficients m and n and the root-mean-square relative errors δ of determining the suspension parameters

Радиус частиц r , мкм / Particle radius r , μm	Угол рассеяния θ , $^\circ$ / Scattering angle θ , $^\circ$	m , $\text{мг} \cdot \text{м}^{-2}$ / m , $\text{mg} \cdot \text{m}^{-2}$	n , $\text{мг} \cdot \text{м}^{-3}$ / n , $\text{mg} \cdot \text{m}^{-3}$	δC , $\text{мг} \cdot \text{м}^{-3}$ / δC , $\text{mg} \cdot \text{m}^{-3}$
0,2–0,5	45	$8,9 \cdot 10^3$	–3,0	0,16
0,5–1,0	6	24,0	0,5	0,14
> 1,0	1	12,0	16,0	0,20

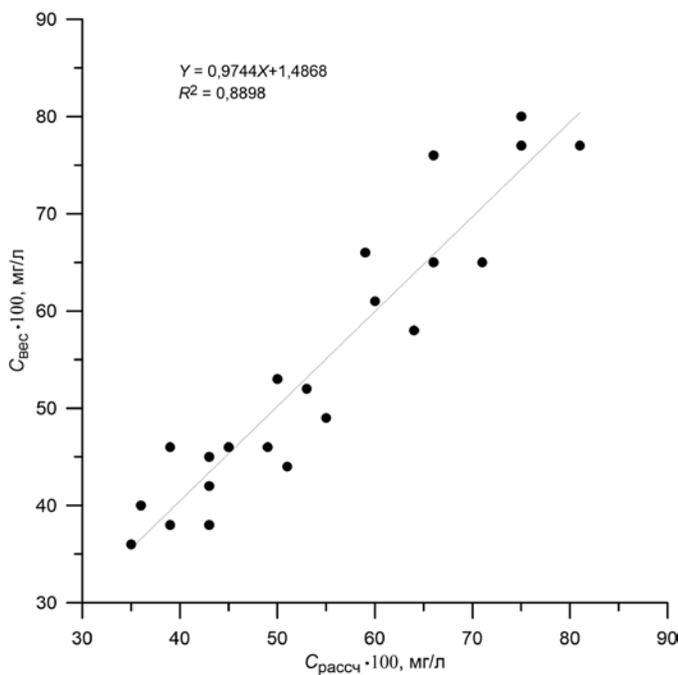
Верификация расчетных формул

Данные табл. 1 для расчета взвеси получены в работе ² при измерении показателей рассеяния на длине волны $\lambda = 546$ нм. Эффективная длина волны при измерениях рассеяния света в нефелометре, использовавшемся в настоящей работе, составляет 520 нм. В связи с этим была выполнена верификация расчетных формул.

В ряде проб воды (22 пробы) была определена концентрация взвеси стандартным весовым методом. В этих же пробах были измерены индикатрисы рассеяния света. На рис. 1 показано сравнение концентраций взвеси, определенных весовым методом $C_{\text{вес}}$ и рассчитанных по рассеянию света $C_{\text{расч}}$. Уравнение связи: $C_{\text{вес}} = 0,97C_{\text{расч}} + 0,009$. Коэффициент корреляции $R = 0,88$.

² Копелевич О. В., Маштаков Ю. А., Буренков В. И. Исследование вертикальной стратификации рассеивающих свойств морской воды // Гидрофизические и оптические исследования в Индийском океане. Москва: Наука, 1975. С. 54–60.

В диапазоне концентраций $0,35 \div 0,80$ мг/л разница $\Delta C = C_{\text{рассч}} - C_{\text{вес}}$ составляет $0,0015 \dots 0,015$ мг/л. Вследствие незначительной разницы между $C_{\text{рассч}}$ и $C_{\text{вес}}$ поправка в $C_{\text{рассч}}$ не вводилась.



Р и с. 1. Связь концентрации взвеси, определенной весовым методом $C_{\text{вес}}$, с концентрацией взвеси, рассчитанной по измерениям рассеяния света $C_{\text{рассч}}$

Fig. 1. Relation between the suspended matter concentration determined by the weighing method C_{weight} and the suspended matter concentration calculated from the measurements of light volume scattering C_{calc}

Отметим, что получившееся в эксперименте соотношение $C_{\text{рассч}} > C_{\text{вес}}$ согласуется с теоретическими и экспериментальными данными³ о спектральной изменчивости рассеяния света частицами, согласно которым величина рассеяния изменяется обратно пропорционально длине волны рассеиваемого света $\sigma(\lambda) \sim (1/\lambda)^n$.

Результаты и их обсуждение

Плохие погодные условия (штормовые ветры, сильное волнение) не позволили выполнить измерения индикатрис рассеяния света на всех станциях разреза, они были выполнены только на 8 станциях из 19. Результаты измерений на этих станциях представлены далее в таблицах и на рисунках.

В табл. 2 приводится массовая концентрация частиц органической и минеральной фракций взвеси на глубине 5 м в разных точках разреза, а также концентрация хлорофилла $C_{\text{хл}}$.

³ *Копелевич О. В.* Малопараметрическая модель оптических свойств морской воды // Оптика океана. Физическая оптика океана. Т. 1. Москва : Наука, 1983. С. 208–235.

**Концентрация взвеси и хлорофилла в Южном океане
на разрезе по линии меридиана 20° в. д. на глубине 5 м
Concentration of suspended matter and chlorophyll
in the South Ocean at the section along the 20° E meridian at the 5 m depth**

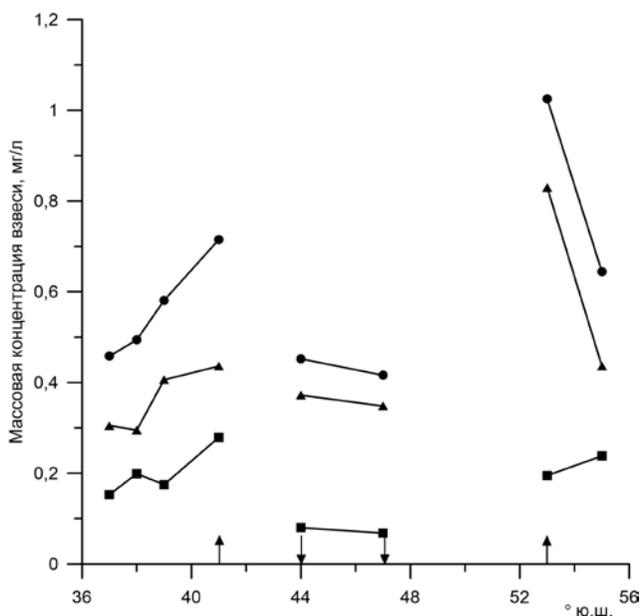
Широта, φ / Latitude, φ	Показатель рассеяния на длине волны 520 нм σ_{520} , 1/м / Scattering coefficient at wave- length 520 nm σ_{520} , 1/m	Концентрация / Concentration				хлорофилла C_{chl} , мг/м ³ / chlorophyll C_{chl} , mg/m ³
		взвеси, мг/л / suspension, mg/l			суммарной $C_{сум}$ / total C_{total}	
		органической $C_{орг}$ / organic C_{org}	минеральной $C_{мин}$ / mineral C_{min}			
37	0,396	0,305	0,153	0,458	0,16	
38	0,432	0,295	0,199	0,494	0,16	
39	0,421	0,406	0,175	0,581	0,22	
41	0,722	0,436	0,279	0,715	0,24	
44	0,299	0,372	0,080	0,452	0,16	
47	0,294	0,348	0,068	0,416	0,19	
53	0,681	0,830	0,232	1,062	0,71	
55	0,515	0,292	0,199	0,491	0,14	

Концентрация хлорофилла C_{chl} (мг·м⁻³) была рассчитана по связи с концентрацией органической взвеси $C_{орг}$ (мг·л⁻¹). $C_{орг}$ была определена по одновременным измерениям этих характеристик в Атлантическом океане в 47-м рейсе НИС «Михаил Ломоносов». Уравнение связи (коэффициент корреляции $R = 0,85$): $\ln C_{chl} = 2,8(C_{орг} - 0,95)$.

Распределение взвеси на разрезе на глубине 5 м показано на рис. 2. На рисунке стрелками показаны районы подъема и опускания вод, выявленные по гидрологическим признакам: подъем – на 41°, 53° ю. ш., опускание – на 44°, 47° ю. ш. В этих районах соответственно наблюдались повышенные и пониженные концентрации взвеси и хлорофилла.

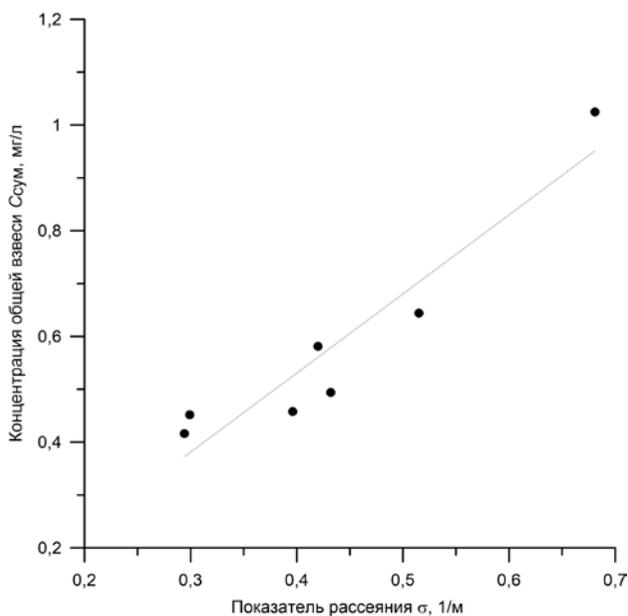
Особенно сильное повышение концентрации органической взвеси наблюдалось в области подъема вод на 53° ю. ш.: $C_{орг} = 0,830$ мг/л ($C_{сум} = 1,062$ мг/л). Это свидетельствует о наибольшей продуктивности вод на разрезе на 53° ю. ш. Данная область находится в окрестности среднего многолетнего положения Полярного фронта, где массовое развитие фитопланктона наблюдается регулярно [2–8] и является характерным для этого района Южного океана [9].

Сопоставление концентраций общей взвеси $C_{сум}$ (мг/л) с показателями рассеяния σ_{520} , наблюдавшимися на разрезе по линии меридиана 20° в. д., отражено на рис. 3. Связь между этими величинами ($R = 0,946$) выражается формулой $C_{сум} = 1,496 \sigma_{520} - 0,0676$.



Р и с. 2. Распределение на разрезе по линии меридиана 20° в. д. массовой концентрации взвеси: органической (треугольники), минеральной (квадраты), суммарной (круги)

F i g. 2. Distribution of mass concentration of organic (triangles), mineral (squares) and total (circles) suspension at the section along the 20° E meridian



Р и с. 3. Связь массовой концентрации взвеси с показателем рассеяния на разрезе по линии меридиана 20° в. д.

F i g. 3. Relationship between the suspended matter mass concentration and the scattering coefficient at the section along the 20° E meridian

По концентрации хлорофилла была определена трофность (пищевая ценность) поверхностных вод на разрезе по классификации из работы [10]. Эта классификация нами немного расширена, и в мезотрофных водах выделено два подвида (табл. 3).

Т а б л и ц а 3
T a b l e 3

Типы вод по концентрации хлорофилла⁴
Water types by chlorophyll⁴ concentration

Тип вод / Water type	Концентрация хлорофилла C_{chl} , мг·м ⁻³ / Chlorophyll concentration C_{chl} , mg·m ⁻³
Олиготрофные / Oligotrophic	< 0,1
Мезотрофные 1 / Mesotrophic 1	0,1–0,5
Мезотрофные 2 / Mesotrophic 2	0,5–1,0
Эвтрофные / Eutrophic	> 1,0

Т а б л и ц а 4
T a b l e 4

Распределение концентрации взвеси с глубиной на 20° в. д. в районах с разной вертикальной динамикой вод
Suspension concentration distribution with depth at 20° E in the areas of different vertical water dynamics

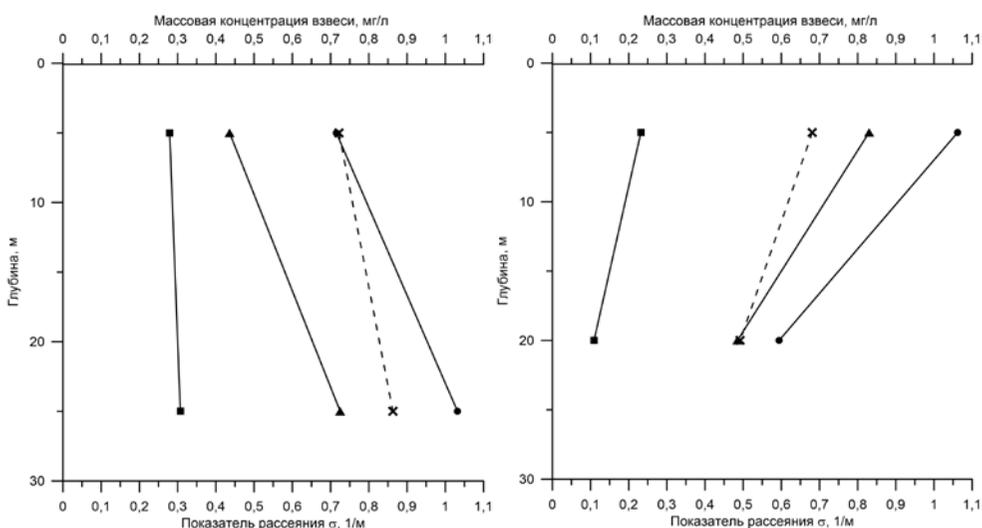
Глубина, м / Depth, m	Концентрация взвеси, мг/л / Suspended matter concentration, mg/l			Показатель рассеяния, 1/м / Scattering coefficient, 1/m
	органической / organic	минеральной / mineral	суммарной / total	
<i>Подъем вод (41° ю. ш.) / Water rise (41° S)</i>				
5	0,436	0,279	0,715	0,722
25	0,725	0,307	1,032	0,853
<i>Подъем вод (53° ю. ш.) / Water rise (53° S)</i>				
5	0,830	0,232	1,062	0,681
20	0,485	0,109	0,594	0,492
<i>Опускание вод (44° ю. ш.) / Water lowering (44° S)</i>				
5	0,372	0,081	0,452	0,299
50	0,340	0,104	0,444	0,359
115	0,305	0,043	0,348	0,207
<i>Без признаков вертикального движения вод (39° ю. ш.) / No signs of water vertical movement (39° S)</i>				
5	0,406	0,175	0,581	0,421
25	0,356	0,154	0,510	0,414
50	0,348	0,133	0,481	0,359
55	0,312	0,041	0,353	0,189
162	0,262	0,022	0,284	0,129
<i>Без признаков вертикального движения вод (55° ю. ш.) / No signs of water vertical movement (55° S)</i>				
5	0,292	0,199	0,441	0,515
20	0,340	0,191	0,531	0,559
50	0,271	0,151	0,422	0,538
130	0,101	0,048	0,149	0,055

⁴ Маньковский В. И., Маньковская Е. В. Биооптические характеристики на крупномасштабном полигоне в северной тропической зоне Атлантического океана и их связь с динамикой вод // Океанология. 2022. Т. 62, № 1. С. 32–40. EDN ХТРВОХ. doi:10.31857/S0030157422010099

Согласно классификации (табл. 4) на разрезе по линии меридиана 20° в. д. (см. табл. 3) все поверхностные воды, кроме вод на 53° ю. ш., относились к типу «мезотрофные 1», а на 53° ю. ш. – к типу «мезотрофные 2».

В табл. 4 и на рис. 4–6 представлены данные о вертикальном распределении концентрации взвеси в районах подъема, опускания вод и без признаков вертикального движения вод. Рассмотрим особенности вертикальной структуры концентрации взвеси на примере ее органической фракции, которая напрямую связана с вертикальной динамикой вод.

В районах подъема вод происходит вынос биогенных веществ из глубинных слоев в поверхностные, что приводит к усилению развития в этих районах фитопланктона (повышению концентрации органической взвеси). Такая картина наблюдалась в поверхностных водах на 41° и 53° ю. ш. (рис. 4). В зависимости от распределения гидрологических характеристик (температура, соленость, плотность) подъем вод проявлялся в этих районах по-разному.



Р и с. 4. Распределение по глубине показателя рассеяния (штриховая линия) и массовой концентрации органической (треугольники), минеральной (квадраты) и суммарной (круги) взвеси в районах подъема вод на 41° ю. ш. (слева) и 53° ю. ш. (справа)

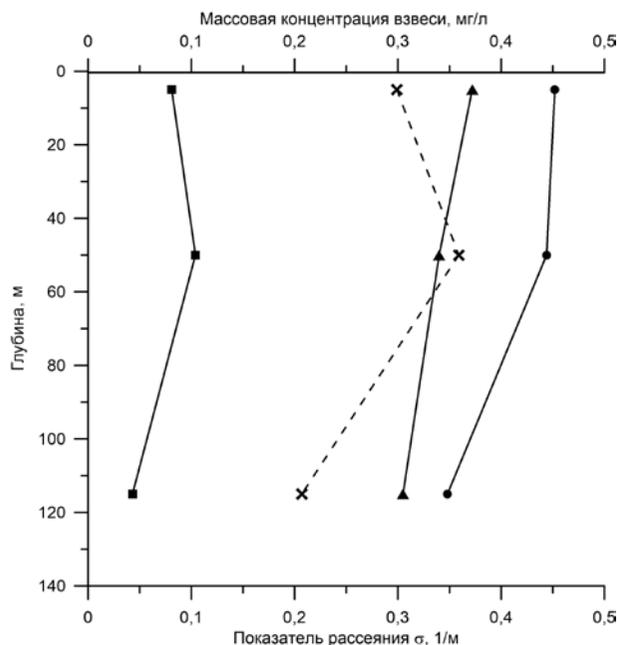
F i g. 4. Depth distribution of the scattering coefficient (dashed line) and the mass concentration of organic (triangles), mineral (squares) and total (circles) suspended matter in the areas of water rise at 41° S (left) and 53° S (right)

На 41° ю. ш. подъем вод проявился в повышении концентрации органической взвеси $C_{орг}$ на глубине 25 м, которая составила 0,725 мг/л, по сравнению с 0,436 мг/л на глубине 5 м.

На 53° ю. ш. подъем вод проявился в самом поверхностном слое, где на глубине 5 м $C_{орг} = 0,830$ мг/л, а на глубине 20 м $C_{орг}$ снизилась до 0,485 мг/л.

В районах опускания вод из-за дефицита биогенных веществ в поверхностных слоях концентрация фитопланктона в них невелика, и с глубиной

она уменьшается вследствие отмирания клеток и постепенного их растворения. Такая картина наблюдалась в вертикальном распределении концентрации органической взвеси на 44° ю. ш. (рис. 5): на глубине 5 м $C_{\text{орг}}$ равна 0,372 мг/л, 50 м – 0,340 мг/л, 115 м – 0,305 мг/л.

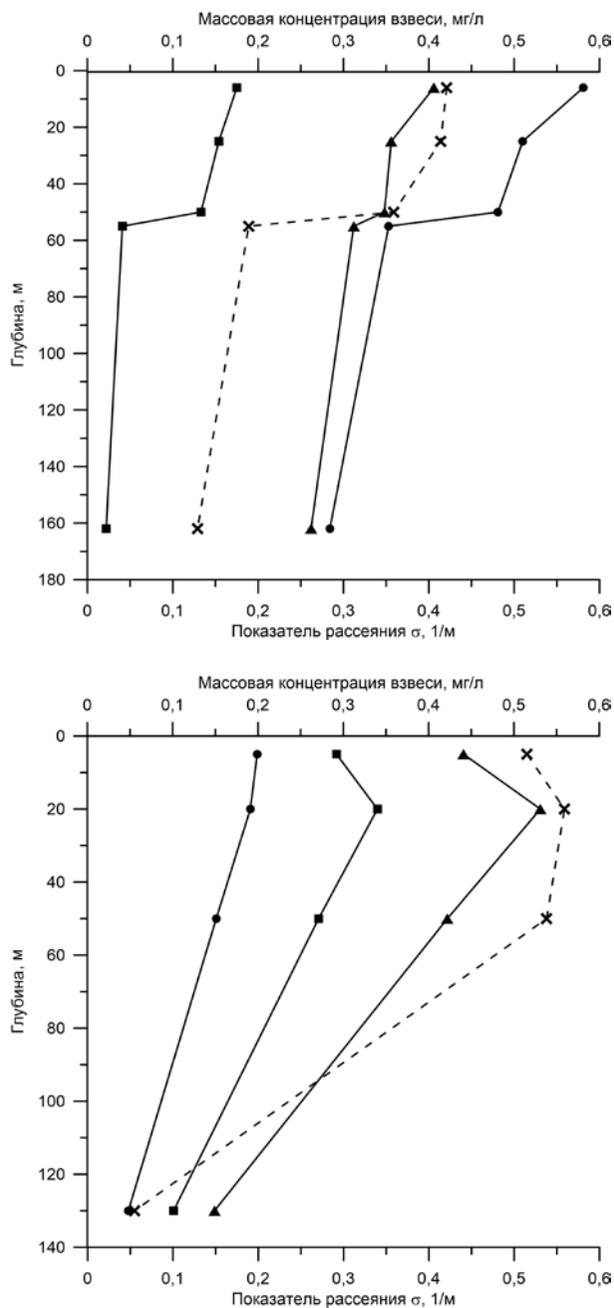


Р и с. 5. Распределение по глубине показателя рассеяния (штриховая линия) и массовой концентрации органической (треугольники), минеральной (квадраты) и суммарной (круги) взвеси в районах опускания вод на 44° ю. ш.

F i g. 5. Depth distribution of the scattering coefficient (dashed line) and the mass concentration of organic (triangles), mineral (squares) and total (circles) suspended matter in the areas of water lowering at 44° S

Распределение $C_{\text{орг}}$ по глубине в районах без признаков вертикального движения вод (39° и 55° ю. ш.) в обоих случаях характеризуется слабым изменением $C_{\text{орг}}$ с глубиной в поверхностном 50-метровом слое (рис. 6): на 39° ю. ш. в слое 5–162 м $C_{\text{орг}} = 0,406...0,348$ мг/л, на 55° ю. ш. в слое 5–130 м $C_{\text{орг}} = 0,340...0,271$ мг/л. В этих же районах наблюдалось однородное распределение температуры и показателя ослабления света в поверхностном 50-метровом слое воды [1]. Это так называемый поверхностный однородный слой, образующийся в морях и океанах в результате ветро-волнового перемешивания вод. «Постоянство» биомассы в этом слое поддерживается биогенными веществами, образующимися в результате частичного разложения отмерших клеток фитопланктона.

Полученные в 10-м рейсе НИС «Академик Вернадский» данные о концентрации взвеси в Южном океане в районе 20° в. д. в январе – феврале 1975 г. были сопоставлены с данными о распределении взвеси в поверхностных водах Мирового океана, представленными в работе [11, с. 56] в виде карты по состоянию на 1983 г.



Р и с. 6. Распределение по глубине показателя рассеяния (штриховая линия) и массовой концентрации органической (треугольники), минеральной (квадраты) и суммарной (круги) взвеси в районах без признаков вертикального движения вод на 39° ю. ш. (*сверху*) и на 55° ю. ш. (*снизу*)

F i g. 6. Depth distribution of the scattering coefficient (dashed line) and mass concentration of organic (triangles), mineral (squares) and total (circles) suspended matter in the areas with no signs of water vertical movement at 39° S (*above*) and 55° S (*below*)

На карте в районе 20° в. д. есть данные по участку от 37° до 42° ю. ш., где диапазон наблюдавшихся концентраций взвеси $C_{взв}$ обозначен как 0,5–1,0 мг/л. По нашим данным, в январе – феврале 1975 г. в районе 37° – 42° ю. ш. $C_{взв} = 0,396 \dots 0,722$ мг/л.

Проведено также сравнение с литературными данными о концентрации хлорофилла в Южном океане, полученными в работе [9] в феврале 2000 г. В этой работе есть данные измерений в районе 20° в. д., $53,5^{\circ}$ – $54,0^{\circ}$ ю. ш., где концентрация хлорофилла $C_{хл}$ на поверхности воды обозначена в пределах 0,6–2,0 мг/м³. По нашим данным, на 53° ю. ш. на глубине 5 м $C_{хл} = 0,71$ мг/м³.

Сравнение показывает, что в обоих случаях величины $C_{взв}$ и $C_{хл}$ – одного порядка, присущего данной широтной зоне Южного океана в районе 20° в. д.

Для сравнения с величинами концентрации взвеси в других районах Мирового океана приводим данные, полученные в том же 10-м рейсе НИС «Академик Вернадский» в Индийском океане (февраль 1975 г.) на разрезе по линии меридиана $54^{\circ}30'$ в. д. с $2^{\circ}00'$ ю. ш. до $2^{\circ}00'$ с. ш. Станции на разрезе выполнялись с интервалом $0,5^{\circ}$. В табл. 5 приведены данные сравнения, которое показывает одинаковый порядок значений концентраций взвеси в водах Южного и Индийского океанов.

Т а б л и ц а 5
T a b l e 5

**Концентрация взвеси, мг/л, в поверхностных водах
Южного и Индийского океанов**
**Suspended matter concentration, mg/l, in the surface waters
of the South and Indian oceans**

Взвесь / Suspended matter	Южный океан / South Ocean	Индийский океан / Indian Ocean
Суммарная / Total	0,416–1,062	0,364–0,938
Органическая / Organic	0,292–0,830	0,316–0,725
Минеральная / Mineral	0,068–0,279	0,038–0,213

З а к л ю ч е н и е

По измерениям индикатрис рассеяния света в Южном океане в районе 20° в. д., 37° – 55° ю. ш. (январь – февраль 1975 г.) выполнено следующее:

- 1) получены данные не только о массовой концентрации суммарной взвеси, но и о концентрации ее органической и минеральной фракций;
- 2) рассмотрены особенности распределения с глубиной концентрации органической взвеси в районах подъема, опускания вод и без признаков вертикального движения вод;
- 3) установлена связь суммарной массовой концентрации взвеси с показателем рассеяния в поверхностных водах;
- 4) проведено сравнение полученных данных о концентрации взвеси и хлорофилла с литературными данными об этих характеристиках в данном районе Мирового океана.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Маньковский В. И.* Оптические характеристики вод южной части Атлантического океана в районе 20° восточной долготы, 37°–55° южной широты // Морской гидрофизический журнал. 2014. № 6. С. 61–70. EDN ТЕСВАД.
2. Spring development of phytoplankton biomass and composition in major water masses of the Atlantic sector of the Southern Ocean / U. V. Bathmann [et al.] // Deep-Sea Research Part II: Topical Studies in Oceanography. 1997. Vol. 44, iss. 1–2. P. 51–67. [https://doi.org/10.1016/S0967-0645\(96\)00063-X](https://doi.org/10.1016/S0967-0645(96)00063-X)
3. *Bracher A. U., Tilzer M. M.* Underwater light field and phytoplankton absorbance in different surface water masses of the Atlantic sector of the Southern Ocean // Polar Biology. 2001. Vol. 24, iss. 9. P. 687–696. <https://doi.org/10.1007/s003000100269>
4. *Laubscher R. K., Perissinotto R., McQuaid C. D.* Phytoplankton production and biomass at frontal zones in the Atlantic sector of the Southern Ocean // Polar Biology. 1993. Vol. 13, iss. 7. P. 471–481. <https://doi.org/10.1007/BF00233138>
5. *Read J. F., Pollard R. T., Bathmann U.* Physical and biological patchiness of an upper ocean transect from South Africa to the ice edge near the Greenwich Meridian // Deep-Sea Research Part II: Topical Studies in Oceanography. 2002. Vol. 49, iss. 18. P. 3713–3733. [https://doi.org/10.1016/S0967-0645\(02\)00108-X](https://doi.org/10.1016/S0967-0645(02)00108-X)
6. Mesoscale frontal dynamics: shaping the environment of primary production in the Antarctic Circumpolar Current / V. H. Strass [et al.] // Deep-Sea Research Part II: Topical Studies in Oceanography. 2002. Vol. 49, iss. 18. P. 3735–3769. [https://doi.org/10.1016/S0967-0645\(02\)00109-1](https://doi.org/10.1016/S0967-0645(02)00109-1)
7. *Sosik H. M., Olson R. J.* Phytoplankton and iron limitation of photosynthetic efficiency in the Southern Ocean during late summer // Deep Sea Research Part I: Oceanographic Research Papers. 2002. Vol. 49, iss. 7. P. 1195–1216. [https://doi.org/10.1016/S0967-0637\(02\)00015-8](https://doi.org/10.1016/S0967-0637(02)00015-8)
8. *Wulff A., Wängberg S.-Å.* Spatial and vertical distribution of phytoplankton pigments in the eastern Atlantic sector of the Southern Ocean // Deep-Sea Research Part II: Topical Studies in Oceanography. 2004. Vol. 51, iss. 22–24. P. 2701–2713. <https://doi.org/10.1016/j.dsr2.2001.01.002>
9. *Демидов А. Б., Ведерников В. И., Шеберстов С. В.* Пространственно-временная изменчивость хлорофилла «а» в Атлантическом и Индийском секторах Южного океана в феврале-апреле 2000 г. по спутниковым и экспедиционным данным // Океанология. 2007. Т. 47, № 4. С. 546–558. EDN HFUGHE.
10. *Чурин Д. А., Гулюгин С. Ю.* Особенности сезонной динамики хлорофилла *a* в связи с абсолютной динамической топографией Антарктической части Атлантики // Труды ВНИРО. 2017. Т. 169. С. 117–125. EDN YRGPDS.
11. *Шифрин К. С.* Введение в оптику океана. Л. : Гидрометеоздат, 1983. 278 с.

Об авторах:

Маньковский Виктор Иванович, старший научный сотрудник, отдел оптики и биофизики моря, ФГБУН ФИЦ МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), кандидат физико-математических наук, **ORCID ID: 0000-0002-4272-2218**, **ResearcherID: I-5460-2015**, mankovskiy@mhi-ras.ru

Маньковская Екатерина Викторовна, старший научный сотрудник, отдел гидрофизики шельфа, ФГБУН ФИЦ МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), кандидат технических наук, **ORCID ID: 0000-0002-4086-1687**, **ResearcherID: AAB-5303-2019**, emankovskaya@mhi-ras.ru

**Особенности изменчивости
плотности доступной потенциальной энергии
и работы силы плавучести
в верхнем 300-метровом слое Черного моря
по результатам численного моделирования**

С. Г. Демышев, О. А. Дымова , Н. А. Миклашевская

Морской гидрофизический институт РАН, Севастополь, Россия
 *olgadym@yahoo.com*

Поступила в редакцию 09.08.2022; одобрена после рецензирования 04.10.2022;
принята к публикации 09.03.2023.

Аннотация

Цель. Основная цель исследования – выявление возможных физических механизмов изменчивости плотности доступной потенциальной энергии и потоков плавучести в верхнем деятельном слое Черного моря.

Методы и результаты. Исследование пространственного распределения плотности доступной потенциальной энергии и потоков плавучести проводилось на основе анализа термохалинных характеристик циркуляции Черного моря в 2011 и 2016 гг., полученных в результате численных экспериментов. Расчеты выполнены с помощью модели динамики Черного моря, разработанной в Морском гидрофизическом институте. В модели использовались батиметрия *EMODNet* и данные системы *SKIRON* о скорости ветра, потоках тепла, осадков, испарения и температуры поверхности моря. В результате численных экспериментов получены ежесуточные поля скорости течений, температуры и солёности, по которым вычислялись плотность доступной потенциальной энергии и работа силы плавучести. Показано, что пространственно-временная изменчивость плотности доступной потенциальной энергии в Черном море формируется различными механизмами для верхнего 30-метрового слоя и слоя основного галоклина. Выявлена сезонная изменчивость работы силы плавучести.

Выводы. В верхнем слое изменчивость плотности доступной потенциальной энергии связана прежде всего с распространением распресненных речных вод, тогда как в слое основного галоклина (75–150 м) структура поля определяется мезомасштабной динамикой. В первом случае повышенные значения плотности доступной потенциальной энергии в течение года наблюдаются в районе северо-западного шельфа и на периферии бассейна; в центральной части моря распределение плотности доступной потенциальной энергии определяется атмосферными условиями. В слое ниже горизонта 75 м максимальные значения плотности доступной потенциальной энергии соответствуют антициклоническим круговоротам. Вследствие интенсивного перемешивания вод верхнего деятельного слоя в холодный период года работа силы плавучести определяется вертикальной скоростью. В весенне-летний период наблюдается двухслойная структура поля, определяемая знаком аномалий плотности. Толщина верхнего слоя составляет 20–30 м и соответствует глубине сезонного термоклина. В основном галоклине наибольшие абсолютные значения работы силы плавучести наблюдаются в зонах интенсивных мезомасштабных антициклонов.

Ключевые слова: Черное море, численное моделирование, вихри, доступная потенциальная энергия, работа силы плавучести, скорости течений, плотность, сезонная изменчивость

© Демышев С. Г., Дымова О. А., Миклашевская Н. А., 2023

Благодарности: проведение численных экспериментов и анализ термохалинных характеристик выполнены О. А. Дымовой при финансовой поддержке гранта РФФ № 22-77-10056. Анализ энергетических характеристик выполнен в рамках государственного задания по теме № FNNN-2021-0004 (шифр «Океанологические процессы»).

Для цитирования: Демьшев С. Г., Дымова О. А., Миклашевская Н. А. Особенности изменчивости плотности доступной потенциальной энергии и работы силы плавучести в верхнем 300-метровом слое Черного моря по результатам численного моделирования // Морской гидрофизический журнал. 2023. Т. 39, № 3. С. 384–398. EDN PGLCKB. doi:10.29039/0233-7584-2023-3-384-398

Original article

Variability of Available Potential Energy Density and Buoyancy Work in the Upper 300-m Layer of the Black Sea Based on the Simulation Results

S. G. Demyshev, O. A. Dymova ✉, N. A. Miklashevskaya

Marine Hydrophysical Institute, Russian Academy of Sciences, Sevastopol, Russia
✉ olgadym@yahoo.com

Abstract

Purpose. The study is aimed at identifying possible physical mechanisms for the variability of available potential energy density and buoyancy fluxes in the upper active layer of the Black Sea.

Methods and Results. Spatial distribution of the available potential energy density and buoyancy fluxes was studied based on analyzing the thermohaline characteristics of the Black Sea circulation in 2011 and 2016 resulted from the numerical experiments performed using the Black Sea dynamics model developed in the Marine Hydrophysical Institute. The model included the *EMODNet* bathymetry and the *SKIRON* system data on wind velocity, heat fluxes, precipitation, evaporation, and sea surface temperature. The numerical experiments provided the daily fields of current velocities, temperature and salinity based on which the density of available potential energy and the buoyancy work were calculated. It is shown that the spatial-temporal variability of the available potential energy density in the Black Sea was formed by the mechanisms different for the upper 30-m layer and for the main halocline layer. The buoyancy work was revealed to be of seasonal variability.

Conclusions. In the upper layer, the variability of available potential energy density is related primarily to the propagation of freshened river waters, whereas in the main halocline layer (75–150 m), the field structure is conditioned by mesoscale dynamics. In the first case, the increased values of the available potential energy density are observed during a year on the northwestern shelf and on the basin periphery; in the central part of the sea, the distribution of available potential energy density is determined by the atmospheric conditions. In the layer below 75 m, the maximum values of the available potential energy density correspond to the anticyclonic eddies. In consequence of the intensive water mixing in the upper active layer during the cold period of a year, the buoyancy work is conditioned by vertical velocity. In a spring-summer period, a two-layer structure of the field is observed which is governed by the sign of density anomalies. The upper layer thickness constitutes 20–30 m and corresponds to the depth of seasonal thermocline. In the main halocline, the highest absolute values of the buoyancy work are observed in the zones of intense mesoscale anticyclones.

Keywords: Black Sea, numerical modeling, eddies, available potential energy, buoyancy work, current velocities, density, seasonal variability

Acknowledgments: Numerical experiments and analysis of thermohaline characteristics were performed by O. A. Dymova with the financial support of the RSF grant No. 22-77-10056. The analysis of energy characteristics was carried out within the framework of the state task on theme No. FNNN-2021-0004 (code "Oceanological processes").

For citation: Demyshev, S.G., Dymova, O.A. and Miklashevskaya, N.A., 2023. Variability of Available Potential Energy Density and Buoyancy Work in the Upper 300-m Layer of the Black Sea Based on the Simulation Results. *Physical Oceanography*, 30(3), pp. 355-368. doi:10.29039/0233-7584-2023-3-355-368

Введение

Доступная потенциальная энергия (ДПЭ) – одно из ключевых понятий при анализе трансформации механической энергии в атмосфере и океане. По определению ДПЭ представляет собой часть полной потенциальной энергии, которая может переходить в кинетическую энергию (КЭ). Основные физические процессы, формирующие бюджет ДПЭ, – это диссипация энергии и работа, совершаемая силой плавучести при перемещении водных масс в вертикальном направлении. Потоки плавучести на границах области (свободная поверхность, устья рек и проливы) могут быть как источниками, так и стоками ДПЭ. Согласно классическим представлениям [1–3], высвобождение ДПЭ в океане и ее превращение в КЭ связано с вихревой изменчивостью. Современные исследователи подтверждают эту концепцию на основе результатов реалистичных численных экспериментов и данных наблюдений [4–6]. Помимо оценок ДПЭ как основного источника энергии мезомасштабных вихрей в океане, диссипация ДПЭ играет важную роль в турбулентном перемешивании [7, 8]. Вклад ДПЭ океана в глобальное взаимодействие океана и атмосферы обсуждается в [9]. Из вышесказанного следует, что анализ механизмов изменчивости ДПЭ представляет актуальную океанологическую задачу.

Для Черного моря оценки величины запаса ДПЭ по данным наблюдений представлены, например, в монографии¹ и работах [10, 11]. По сведениям авторов, средняя плотность ДПЭ в верхнем деятельном слое составляет около 20–30 Дж/м³, в [10, 11] также указано, что наибольшая плотность ДПЭ наблюдается в слое постоянного галоклина (75–150 м). Работы по численному анализу бюджета ДПЭ в Черном море немногочисленны. Первые количественные оценки вклада работы силы плавучести можно найти в [12]. В [13] впервые для Черного моря предложена методика численного анализа всех компонентов бюджета энергии и представлены результаты для климатической циркуляции. Энергетические переходы между ДПЭ и КЭ в идеализированной (циркуляция возбуждается стационарным ветром) двухслойной модели исследованы в [14].

По результатам численных экспериментов с реалистичными атмосферными условиями [15–17] было показано, что среднегодовой интегральный поток энергии, формируемый работой силы плавучести, направлен из средней ДПЭ в КЭ среднего течения. Следовательно, средняя циркуляция в Черном море поддерживается как ветровой накачкой, так и бароклинной неустойчивостью среднего течения. В случае ослабленного ветрового воздействия энергетические вклады потоков плавучести могут быть соизмеримы с вкладом работы силы ветра (см. рис. 6, в [17, с. 268]).

Анализ сезонной изменчивости энергетических характеристик [18] показал, что величина плотности ДПЭ существенным образом зависит от сезона года: ее наибольшие значения наблюдаются летом и расположены в слое от поверхности до верхней границы сезонного термоклина (верхний 20-метровый слой). Вертикальное распределение работы силы плавучести носит более сложный и нерегулярный характер. В верхнем 20-метровом слое работа силы

¹ Изменчивость гидрофизических полей Черного моря / А. С. Блатов [и др.]. Л. : Гидрометеоздат, 1984. 240 с.

плавучести положительна, что указывает на трансформацию энергии из ДПЭ в КЭ, в слое 20–40 м – отрицательна, т. е. ДПЭ увеличивается за счет КЭ. Ниже преобладают положительные значения.

Цель настоящей работы – детально исследовать пространственное распределение плотности ДПЭ и потоков плавучести на основе анализа термохалинных характеристик циркуляции и выявить возможные физические механизмы изменчивости ДПЭ и потоков плавучести в верхнем деятельном слое Черного моря.

Материалы и методы

Данная работа является продолжением исследования, начатого в [17, 18], поэтому для достижения поставленной цели использованы результаты двух численных экспериментов по моделированию циркуляции Черного моря в 2011 и 2016 гг. Эти годы выбраны исходя из тех соображений, что динамика вод отражала «бассейновый» (2011) и «вихревой» (2016) режимы циркуляции [19]. В первом случае в структуре поля течений доминировало Основное Черноморское течение (ОЧТ), во втором – в центральной части преобладали мезомасштабные вихри.

Расчеты выполнены с помощью модели Морского гидрофизического института (МГИ) [20]. Модель построена на основе полной системы уравнений термогидродинамики океана в приближении Буссинеска, гидростатики и несжимаемости морской воды. Плотность нелинейно зависит от температуры и солености. Возвышение уровня рассчитывается с использованием линеаризованного кинематического условия на свободной поверхности. Потоки тепла, осадки, испарение и касательные напряжения трения ветра задаются в качестве граничных полей на поверхности моря. На дне ставятся условия прилипания и отсутствия потоков тепла и соли, трение о дно не учитывается. На твердых боковых участках границы выполняются условия скольжения, для температуры и солености задано равенство нулю нормальных производных. На жидких участках границы учитывается сток рек и водообмен через проливы. Вертикальное турбулентное перемешивание параметризовано с помощью модели турбулентного замыкания Меллора – Ямады. Горизонтальная турбулентная вязкость и диффузия представлены бигармоническими операторами с коэффициентом $10^{16} \text{ см}^4 \cdot \text{с}^{-1}$.

Модель МГИ реализована на сетке C с равномерным шагом по горизонтальным координатам 1,6 км, по вертикали заданы 27 неравномерных z -горизонтов со сгущением в верхнем деятельном слое. Батиметрия бассейна построена по данным *EMODnet* (URL: <http://portal.emodnet-bathymetry.eu>) с разрешением $(1/8)^\circ$. В качестве атмосферного воздействия использованы 6-часовые данные о скорости ветра на высоте 10 м, испарении, температуре поверхности моря, потоках тепла и осадков, предоставляемые системой *SKIRON* с пространственным разрешением $0,1^\circ$ [21]. Математическая формулировка модели МГИ, параметры численных экспериментов и валидация результатов расчетов подробно представлены в [17]. В целом структура модельной циркуляции соответствует общепринятым представлениям для Черного моря [22]: в осенне-

зимний сезон наблюдается усиление скорости течений и интенсивное вертикальное перемешивание; в теплое время года – ослабление бассейновой динамики, развитие мезомасштабных вихрей различного знака, нагрев и распределение верхних слоев моря, формирование холодного промежуточного слоя.

В результате численных экспериментов получены ежесуточные поля скорости течений, температуры и солености, по которым вычислялись ДПЭ и работа силы плавучести. Основные гидрофизические поля для оценки исследуемых энергетических характеристик – это плотность морской воды и вертикальная компонента скорости течения. В модели МГИ локальная плотность ρ рассчитывается по формуле Мамаева [23] как нелинейная зависимость от температуры и солености:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha_1^T T + \alpha_1^S S + \alpha_2^T T^2 + \alpha^{TS} TS),$$

где ρ_0 – плотность пресной воды; T – температура; S – соленость; α – коэффициенты термического расширения и соленостного сжатия [23].

Вертикальная скорость вычисляется из уравнения неразрывности

$$w = - \int_0^z \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dz,$$

где u, v – горизонтальные компоненты вектора скорости; w – вертикальная компонента. Модель МГИ построена в правой декартовой системе координат: ось x направлена на восток, ось y – на север, ось z – вниз от поверхности ко дну. Положительное или отрицательное значение вертикальной скорости определяет опускание или подъем вод соответственно. Точность выполнения уравнения неразрывности составляет 10^{-12} см/с.

Для океана не существует точной формулы для расчета ДПЭ, поэтому мы использовали формулу, предложенную в [24]:

$$P_m = \frac{1}{2} \int_V \frac{g}{n_0(z)} \bar{\rho}^{*2} dV, \quad n_0(z) = \frac{d\langle \rho \rangle}{dz}, \quad \rho^* = \rho - \langle \rho \rangle, \quad (1)$$

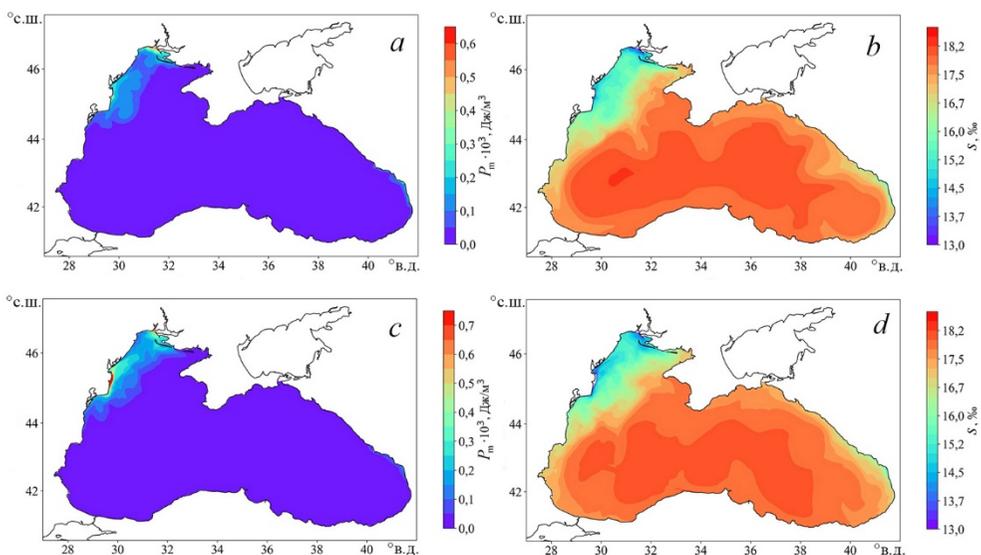
где P_m – средняя ДПЭ; V – объем слоя; g – ускорение свободного падения; ρ – локальная плотность; ρ^* – аномалия локальной плотности. Черта над символом обозначает осреднение по времени; $\langle \rangle$ – осреднение по площади слоя с учетом маски «суша – море». Параметр $\langle \rho \rangle$ рассчитан как осредненная по соответствующему модельному горизонту локальная плотность и является константой для каждого слоя. В формуле (1), в отличие от формулы, используемой в [24], отсутствует знак «минус» перед интегралом. Это связано с выбором направления оси z (вниз в модели МГИ), что приводит к положительным значениям вертикального градиента плотности, совпадающего с направлением ускорения силы тяжести. Работа силы плавучести BW вычисляется по формуле

$$BW = \int_V g \bar{\rho}^* \bar{w} dV. \quad (2)$$

Формула (2) строго выводится из уравнений скорости изменения КЭ и ДПЭ. Как показано в [3, 12, 13, 16], работа силы плавучести входит в виде отдельного слагаемого в оба уравнения, отличается только ее знак в соответствующем уравнении. Следовательно, величина и знак работы силы плавучести указывают на интенсивность и направление преобразования энергии между КЭ и ДПЭ. В модели МГИ положительное значение BW соответствует преобразованию из ДПЭ в КЭ. Интервал осреднения по времени в формулах (1) и (2) выбран равным одному месяцу, что позволяет учесть сезонные вариации потоков энергии.

Результаты

Для анализа были рассчитаны среднemesячные значения плотности ДПЭ и плотности работы силы плавучести для каждого модельного горизонта и проведено сопоставление полей T , S , w , ρ^* , P_m и BW на горизонтах 5, 30, 50 и 100 м, а также вертикальных разрезов всех указанных характеристик на зональном разрезе вдоль 43° с. ш. Далее в тексте для краткости мы опускаем термин «плотность» для обозначения ДПЭ и работы силы плавучести в единице объема.



Р и с. 1. Средняя за июль плотность ДПЭ (*a, c*) и соленость (*b, d*) на горизонте 5 м в 2011 (*a, b*) и 2016 гг. (*c, d*)

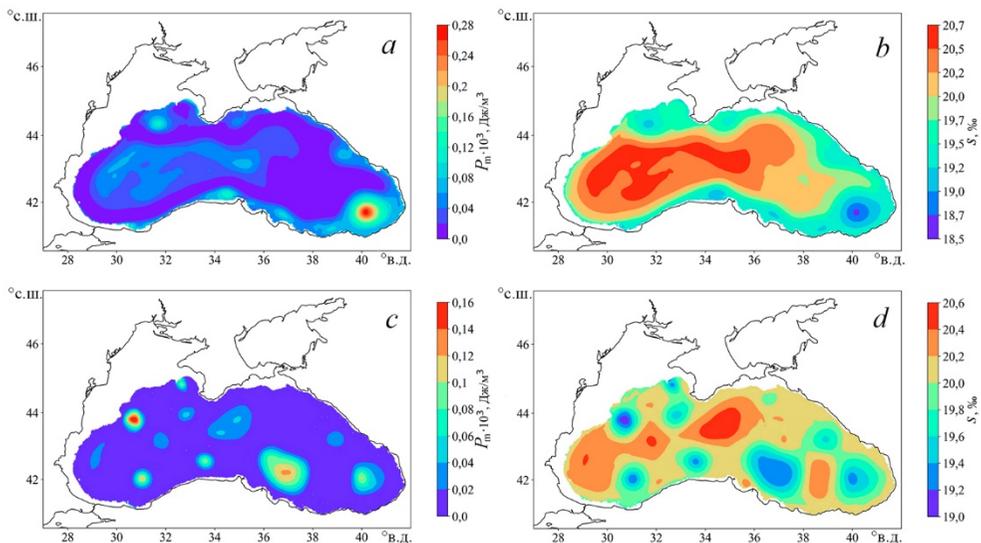
F i g. 1. Monthly average APE density (*a, c*) and salinity (*b, d*) at the 5 m horizon in July 2011 (*a, b*) and July 2016 (*c, d*)

Для обоих рассматриваемых периодов пространственные структуры полей ДПЭ, аномалии плотности и солености на всех горизонтах качественно сходны. Зоны максимальных значений ДПЭ совпадают с локализацией пониженных значений солености. В верхнем 20-метровом слое пространственно-временная изменчивость ДПЭ отражает влияние речного стока и атмосферных

условий. В течение всего года наибольшие значения ДПЭ наблюдаются в районе устьев рек Днепр и Дунай, в центральной части моря ДПЭ изменяется мало. На рис. 1 показаны средние за июль поля ДПЭ и солености на горизонте 5 м в 2011 и 2016 гг. Видно, что наибольшие значения ДПЭ в северо-западной части моря привязаны к зонам распределения прибрежных вод (рис. 1, *b, d*), формирующимся за счет речного стока.

С увеличением глубины ДПЭ уменьшается на 1–2 порядка. На горизонтах ниже 50 м пространственная структура ДПЭ определяется вихревой активностью. На рис. 2 представлены распределения ДПЭ и солености на горизонте 100 м в 2011 и 2016 гг. Области повышенных значений ДПЭ (рис. 2, *a, c*) совпадают с зонами больших по модулю аномалий плотности, которые формируются в результате изменения солености (рис. 2, *b, d*) при подъеме и опускании вод в циклонических и антициклонических вихрях соответственно. Отметим, что запас ДПЭ в антициклонах (области пониженных значений солености на рис. 2, *b, c*) выше, чем в циклонах, примерно в 2–3 раза.

Сезонная изменчивость атмосферных потоков мало влияет на ДПЭ в основном галоклине. Для исследуемых периодов максимум ДПЭ на горизонте 100 м выявлен в июле 2011 г. в зоне Батумского антициклона, а в 2016 г. – в марте и октябре в зоне Севастопольского антициклона.

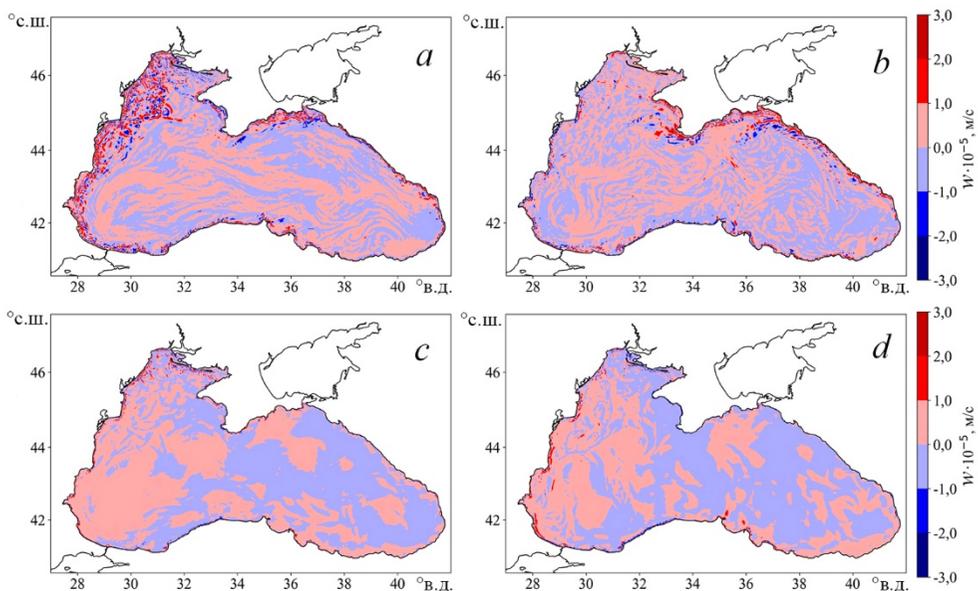


Р и с. 2. Средняя за июнь плотность ДПЭ (*a, c*) и соленость (*b, d*) на горизонте 100 м в 2011 (*a, b*) и 2016 гг. (*c, d*)

Fig. 2. Monthly average APE density (*a, c*) and salinity (*b, d*) at the 100 m horizon in June 2011 (*a, b*) and June 2016 (*c, d*)

По результатам анализа пространственно-временную изменчивость работы силы плавучести можно условно разделить на два типа: в верхнем 30-метровом слое и в слое основного галоклина (50–150 м согласно [22]). Рассмотрим подробнее причины такого распределения по глубине. В верхнем слое для обоих периодов в холодное время года аномалии плотности положительны,

в теплое – отрицательны. Поэтому пространственное распределение положительных и отрицательных областей величины BW определяется только сменой знака вертикальной скорости. Как видно из рис. 3, *a, b*, осенью и зимой вертикальная скорость (а следовательно, и поле работы силы плавучести) характеризуется сильной перемежаемостью зон положительных и отрицательных значений с максимальными абсолютными величинами на периферии бассейна. В июне – сентябре (рис. 3, *c, d*) в восточной части моря преобладают области подъема вод ($w < 0$), в западной части – опускания ($w > 0$). Таким образом, в летний период в верхнем слое западной части моря энергия преобразуется из КЭ в ДПЭ ($BW < 0$), а в восточной части наоборот – из ДПЭ в КЭ ($BW > 0$) независимо от режима циркуляции.



Р и с. 3. Средняя вертикальная скорость в верхнем 30-метровом слое в феврале 2011 г. (*a*), феврале 2016 г. (*b*), августе 2011 г. (*c*) и августе 2016 г. (*d*)

Fig. 3. Vertical velocity averaged over the upper 30 m layer in February 2011 (*a*), February 2016 (*b*), August 2011 (*c*), and August 2016 (*d*)

Ниже горизонта 30 м не наблюдается горизонтальной однородности аномалий плотности по пространству. Это связано, прежде всего, с бассейновой циклонической схемой циркуляции вод Черного моря (рис. 4, *a*), которая обуславливает опускание изопикн на периферии бассейна и их подъем в центральной части, формируя таким образом положительную аномалию плотности в центре (рис. 4, *c*). При слабой циклонической циркуляции (рис. 4, *b*) опускание изопикн у материкового склона выражено слабо.

Однако в обоих экспериментах развивающиеся вблизи склона интенсивные мезомасштабные антициклоны (рис. 4, *a, b*) способствуют дополнительному поступлению распресненных вод с вышележащих горизонтов, что четко проявляется в виде областей с минимальными аномалиями плотности (рис. 4, *c, d*) и максимальными значениями вертикальной скорости (рис. 4, *e, f*).

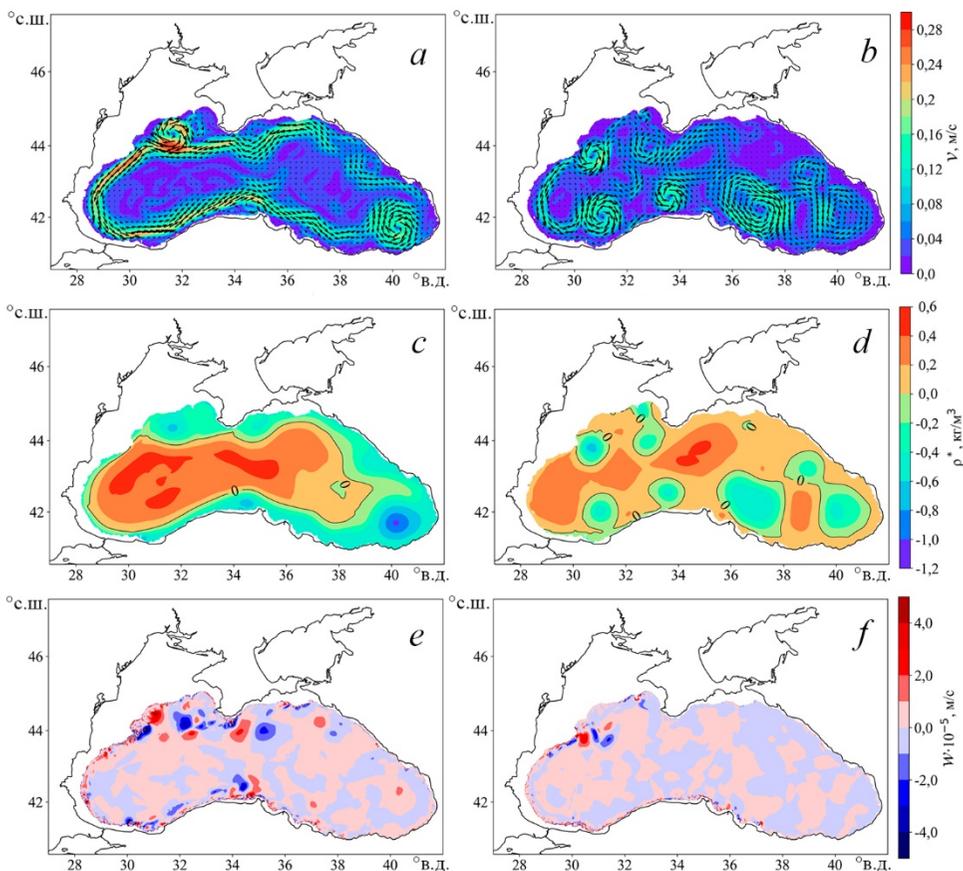
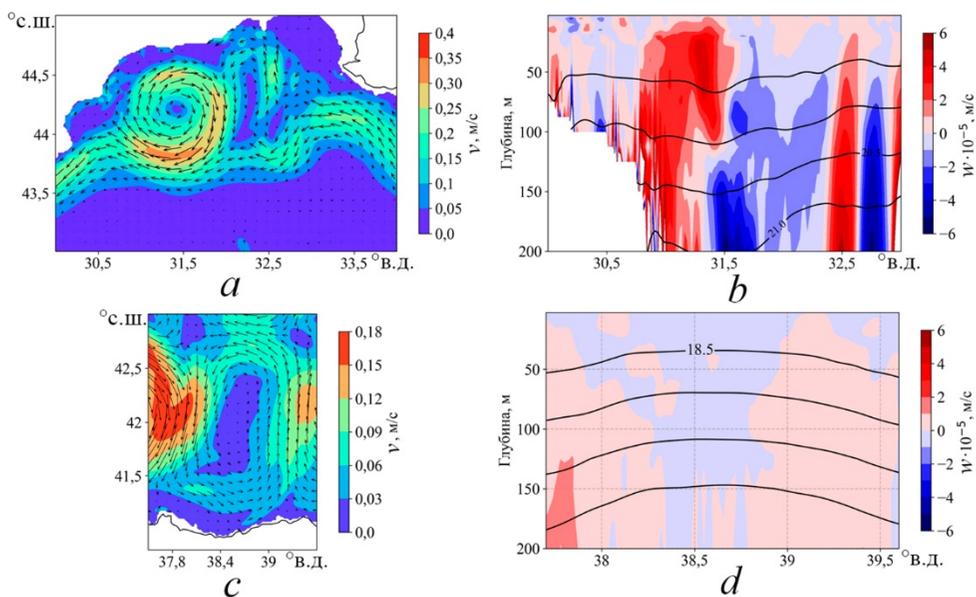


Рис. 4. Средние за июнь горизонтальная (*a, b*) и вертикальная (*e, f*) скорость, аномалия плотности (*c, d*) на горизонте 100 м в 2011 (*a, c, e*) и 2016 гг. (*b, d, f*)

Fig. 4. Monthly average horizontal (*a, b*) and vertical (*e, f*) velocities, and density anomaly (*c, d*) at the 100 m horizon in June 2011 (*a, c, e*) and June 2016 (*b, d, f*)

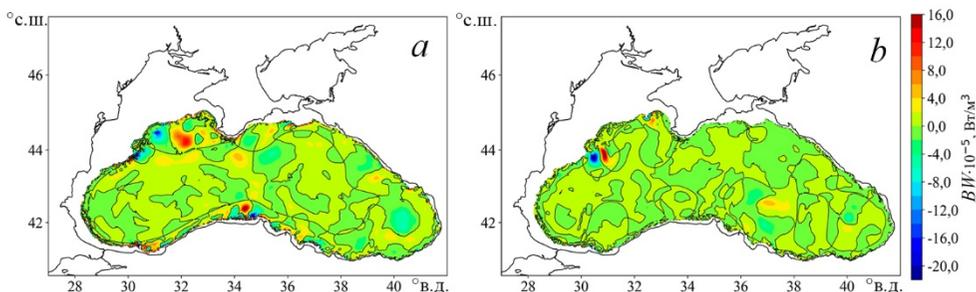
При этом на периферии антициклонов происходит подъем вод, что можно продемонстрировать на примере Севастопольского антициклона. На рис. 5 представлено распределение горизонтальной (рис. 5, *a*) и вертикальной (рис. 5, *b*) скорости в Севастопольском антициклоне в середине июня 2011 г. Видно, что в ядре вихря (примерно область с координатами 44,23° с. ш., 31,5° в. д.) происходит опускание вод ($w > 0$) и прогиб изохалин. На периферии вихря вода поднимается (градиация синего цвета на рис. 5, *b*), причем скорость подъема выше на правой границе, где наблюдаются повышенные значения орбитальной скорости. В циклонических вихрях ситуация обратная: в центре вода поднимается, на периферии – опускается. Как видно из рис. 5, *c*, ядру циклонического вихря в юго-восточной части моря в июне 2016 г. соответствует подъем изохалин (рис. 5, *d*).



Р и с. 5. Горизонтальная скорость на горизонте 100 м (*a, c*), вертикальная скорость на зональных разрезах вдоль 44,23° с. ш. (*b*) и вдоль 42° с. ш. (*d*) на 15.06.2011 (*a, b*) и 18.06.2016 (*c, d*). Черные линии – изохалины (интервал 0,5 ‰)

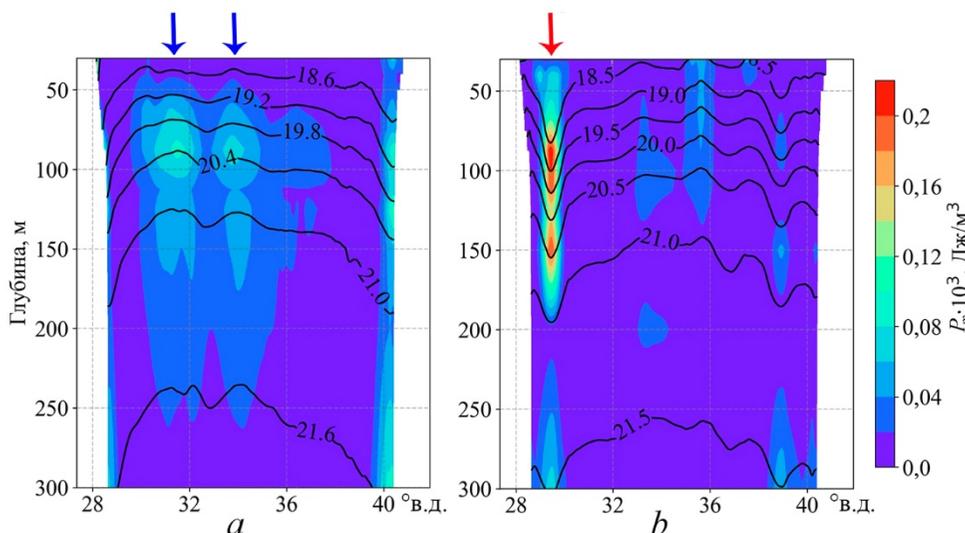
F i g. 5. Horizontal velocity at the 100 m horizon (*a, c*), vertical velocity on the zonal sections along 44.23° N (*b*) and 42° N (*d*) on June 15, 2011 (*a, b*) and June 18, 2016 (*c, d*). Black lines denote isohalines (shading is 0.5 ‰)

Положительные и отрицательные аномалии плотности и чередование зон подъема – опускания вод приводят к сложной структуре поля работы силы плавучести ниже горизонта 30 м. На рис. 6 показаны средние за июнь карты BW для двух расчетов. В силу вида формулы (2) нулевые изолинии BW , ρ^* и w совпадают. Вдоль изолинии, разделяющей положительные и отрицательные аномалии плотности (рис. 4, *c, d*), наблюдается смена знака работы силы плавучести (рис. 6, *a, b*) для обоих экспериментов. Эта граница пространственно соответствует стрежню ОЧТ в 2011 г. (рис. 4, *a*) и областям мезомасштабных вихревых образований в 2016 г. (рис. 4, *b*). Минимальные значения BW наблюдаются в ядрах антициклонических вихрей с максимальными значениями орбитальной и вертикальной скорости, максимумы BW – на периферии интенсивных антициклонов. В центральной глубоководной части моря диапазон изменчивости BW в несколько раз меньше, чем в вихрях, а смена знака вертикальной скорости может быть обусловлена быстрыми динамическими и термохалинными процессами, трудно идентифицируемыми на среднемесячных картах исследуемых параметров. Таким образом, наиболее энергоактивные зоны с точки зрения преобразования энергии между кинетической и доступной потенциальной – это мезомасштабные антициклоны.



Р и с. 6. Средняя за июнь плотность работы силы плавучести на горизонте 100 м в 2011 (a) и 2016 гг. (b)

Fig. 6. Monthly average buoyancy work per unit volume at the 100 m horizon in June 2011 (a) and June 2016 (b)

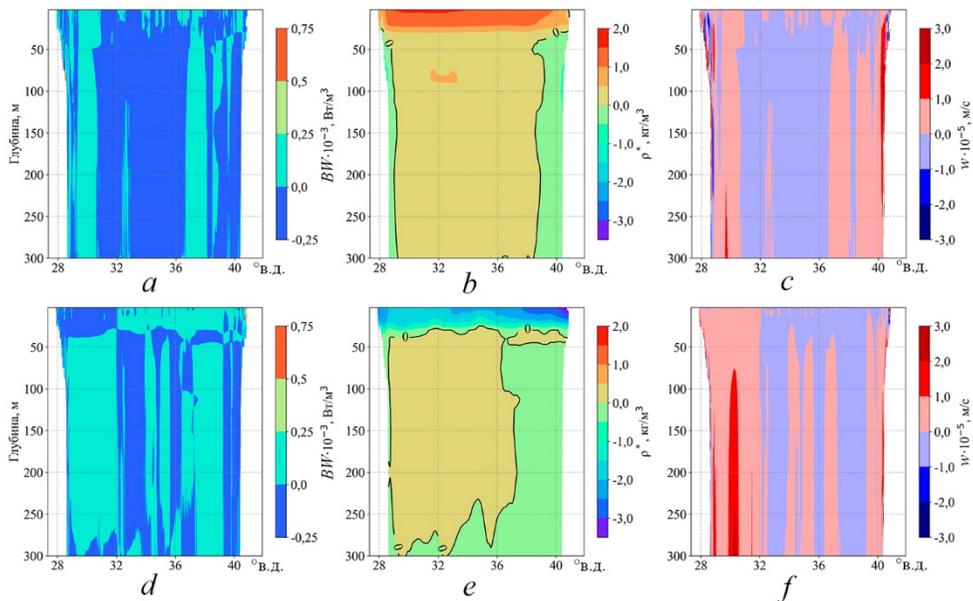


Р и с. 7. Средние плотность ДПЭ (цвет) и солёность (черные линии) на зональном разрезе вдоль 43° с. ш. в апреле 2011 г. (a) и ноябре 2016 г. (b)

Fig. 7. Monthly average APE density (color) and salinity (black lines) on the zonal section along 43° N in April 2011 (a) and November 2016 (b)

Анализ вертикальных сечений энергетических и гидрофизических полей в 2011 и 2016 гг. показал, что максимальные значения ДПЭ локализованы в прибрежной северо-западной части моря, где распространяются речные воды (рис. 1, a, c). По вертикали влияние речного стока прослеживается до глубин 25–30 м. С глубиной плотность ДПЭ уменьшается, а в пространственном распределении наблюдаются области повышенных значений (по сравнению с окружающими водами), которые можно идентифицировать как проявление вихревой активности в слое галоклина. На рис. 7 показаны зональные разрезы полей ДПЭ и солёности. Видно, что в слое 75–125 м в центральной части моря повышенные значения ДПЭ соответствуют зонам изменения наклонов изохалин. Как показано на рис. 5 прогиб изохалин соответствует опусканию вод в ядре антициклона, подъем – движению к поверхности в ядре циклона. Таким

образом, по аналогии можно заключить, что наибольшие значения ДПЭ в области опускания изохалин (указано красной стрелкой на рис. 7, *b*) находятся в антициклоне, а наибольшие значения ДПЭ в области подъема изохалин (синие стрелки на рис. 7, *a*) в циклоне. Полученный результат подтверждается тем фактом, что антициклоны в Черном море более интенсивны [25]. Этот вывод согласуется с рис. 2, *c*, где повышенные значения ДПЭ на горизонте 100 м пространственно соответствуют зонам с максимальными и минимальными аномалиями плотности (рис. 4, *d*) в циклонах и антициклонах (рис. 4, *b*) соответственно. Следует отметить, что временная изменчивость ДПЭ в верхнем слое прибрежной зоны определяется сезонным увеличением речного стока, тогда как в слое галоклина связи со сменой сезонов не выявлено. Максимумы ДПЭ ниже горизонта 30 м обнаружены в апреле 2011 г. (рис. 7, *a*) и в ноябре 2016 г. (рис. 7, *b*).



Р и с. 8. Среднемесячные работа силы плавучести в единице объема (*a, d*), аномалия плотности (*b, e*) и вертикальная скорость (*c, f*) на зональном разрезе вдоль 43° с. ш. в марте (*a – c*) и августе (*d – f*) 2011 г.

F i g. 8. Monthly average buoyancy work per unit volume (*a, d*), density anomaly (*b, e*) and vertical velocity (*c, f*) on the zonal section along 43° N in March (*a – c*) and August (*d – f*), 2011

Согласно формуле (2), знак работы силы плавучести зависит от произведения вертикальной скорости и аномалии плотности. На рис. 8 представлены вертикальные разрезы BW , ρ^* и w в конце зимнего и летнего гидрологических сезонов. В холодный сезон, когда аномалия плотности достаточно однородна по вертикали (рис. 8, *b*), направление преобразования энергии между ДПЭ и КЭ определяется зонами подъема и опускания вод. Там, где вода поднимается ($w < 0$, градация голубого цвета на рис. 8, *c*), работа силы плавучести отрицательна, следовательно, ДПЭ увеличивается за счет КЭ. В теплый сезон,

когда аномалия плотности меняет знак с глубиной (рис. 8, *e*), работа силы плавучести (рис. 8, *d*) также меняет знак в зависимости от знаков ρ^* и w . На рис. 8, *d* наблюдается некая условная граница примерно на глубине 30 м, пересекая которую работа силы плавучести меняет знак. Слой 20–30 м для данных экспериментов соответствует глубине залегания сезонного термоклина (рис. 10 в работе [18, с. 15]). Таким образом в теплый период года, когда вследствие формирования сезонного термоклина меняется структура поля аномалии плотности, работа силы плавучести может менять знак с глубиной. При этом в распределении вертикальной скорости не выявлено связи с глубиной залегания сезонного термоклина или глубиной постоянного галоклина. Качественно эта ситуация повторяется и в 2016 г. с тем отличием, что наблюдается большее количество областей BW и w различного знака вследствие интенсивной вихревой изменчивости циркуляции в 2016 г. по сравнению с 2011 г.

Выводы

Согласно результатам проведенных экспериментов, пространственно-временная изменчивость плотности ДПЭ в Черном море формируется различными механизмами для верхнего 30-метрового слоя и слоя основного галоклина. В верхнем слое изменчивость ДПЭ связана прежде всего с распространением распресненных речных вод. Так, в течение года максимальные значения плотности ДПЭ наблюдаются в районе северо-западного шельфа, повышенные значения – на периферии бассейна. Верхний слой в центральной части моря подвержен слабой пространственной и временной изменчивости, и плотность ДПЭ здесь определяется атмосферными условиями.

В слое основного галоклина 75–150 м структура поля плотности ДПЭ определяется мезомасштабной динамикой. Максимальные значения плотности ДПЭ соответствуют зонам отрицательных аномалий плотности, которые формируются в антициклонических круговоротах. Анализ горизонтального пространственного распределения плотности ДПЭ показал, что наиболее энергоактивные зоны Черного моря – это области Севастопольского и Батумского антициклонов, причем ДПЭ тем выше, чем выше орбитальная скорость вихря. Отмечено, что плотность ДПЭ в циклонах в 2–3 раза меньше, чем в антициклонах. Такая структура соответствует тому факту, что антициклоны в Черном море более интенсивны и, следовательно, наклоны изопикн в них более крутые, что приводит к росту аномалий плотности.

Изменчивость работы силы плавучести, которая определяет скорость и направление трансформации энергии между ДПЭ и КЭ, проявляет сезонный характер. В холодный период года вследствие интенсивного перемешивания формируется положительная аномалия плотности во всем верхнем деятельном слое Черного моря. Поэтому работа силы плавучести в большей степени определяется знаком вертикальной скорости. В центральной части, где происходит подъем вод, поток энергии направлен из КЭ в ДПЭ, на периферии бассейна – наоборот. Весной и летом в поле работы силы плавучести наблюдается двухслойная структура, определяемая зонами положительных и отрицательных аномалий плотности. Толщина верхнего слоя составляет 20–30 м и, согласно

нашей работе, опубликованной в журнале *Water* в 2022 г., соответствует глубине сезонного термоклина.

Анализ структуры поля работы силы плавучести в основном галоклине показал, что наиболее интенсивное преобразование энергии между ДПЭ и КЭ происходит в зонах мезомасштабных антициклонических вихрей с максимальными орбитальными скоростями. Причем знак работы силы плавучести определяется преимущественно знаком вертикальной скорости, которая разнонаправлена в ядре и на периферии вихря.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Каменкович В. М., Кошляков М. Н., Монин А. С.* Синоптические вихри в океане. Л. : Гидрометеоздат, 1982. 264 с.
2. *Гилл А.* Динамика атмосферы и океана. В 2 т. Пер. с англ. М. : Мир, 1986. Т. 2. 415 с.
3. *Holland W. R.* Energetics of baroclinic oceans // Numerical models of ocean circulation : proceedings of a symposium held at Durham, New Hampshire, October 17-20, 1972. Washington : National Academy Press, 1975. P. 168–177.
4. The global mesoscale eddy available potential energy field in models and observations // C. Luecke [et al.] // Journal of Geophysical Research: Oceans. 2017. Vol. 122, iss. 11. P. 9126–9143. <https://doi.org/10.1002/2017JC013136>
5. *Li Q., Zhou L., Xie L.* Seasonal and interannual variability of EAPE in the South China Sea derived from ECCO2 data from 1997 to 2019 // *Water*. 2021. Vol. 13, iss. 7. 926. <https://doi.org/10.3390/w13070926>
6. *Травкин В. С., Белоненко Т. В.* Исследование вихревой изменчивости в Лофотенской котловине на основе анализа доступной потенциальной и кинетической энергии // Морской гидрофизический журнал. 2021. Т. 37, № 3. С. 318–332. doi:10.22449/0233-7584-2021-3-318-332
7. Available potential energy and mixing in density-stratified fluids / K. B. Winters [et al.] // Journal of Fluid Mechanics. 1995. Vol. 289. P. 115–128. <https://doi.org/10.1017/S002211209500125X>
8. *Tailleux R.* Irreversible compressible work and available potential energy dissipation in turbulent stratified fluid // Physica Scripta. 2013. Vol. 2013, no. T155. 014033. <https://doi.org/10.1088/0031-8949/2013/T155/014033>
9. *Bishop S. P., Small R. J., Bryan F. O.* The global sink of available potential energy by mesoscale air-sea interaction // Journal of Advances in Modeling Earth Systems. 2020. Vol. 12, iss. 10. e2020MS002118. <https://doi.org/10.1029/2020MS002118>
10. Гидрометеорология и гидрохимия морей СССР. Т. IV. Черное море. Вып. 1. Гидрометеорологические условия / Под ред. А. И. Симонова, Э. Н. Альтмана. СПб. : Гидрометеоздат, 1991. 428 с.
11. *Суворов А. М., Шокурова И. Г.* Годовая и десятилетняя изменчивость доступной потенциальной энергии в Черном море // Морской гидрофизический журнал. 2004. № 2. С. 29–41.
12. *Stanev E. V.* On the mechanisms of the Black Sea circulation // Earth-Science Reviews. 1990. Vol. 28, iss. 4. P. 285–319. [https://doi.org/10.1016/0012-8252\(90\)90052-W](https://doi.org/10.1016/0012-8252(90)90052-W)
13. *Демьшев С. Г.* Энергетика климатической циркуляции Черного моря. Ч. I. Дискретные уравнения скорости изменения кинетической и потенциальной энергий // Метеорология и гидрология. 2004. № 9. С. 65–80. EDN PGCNXXF.
14. *Павлушин А. А., Шатири Н. Б., Михайлова Э. Н.* Энергетические переходы в двухслойной вихреразрешающей модели Черного моря // Морской гидрофизический журнал. 2019. Т. 35, № 3. С. 201–219. <https://doi.org/10.22449/0233-7584-2019-3-201-219>

15. Демьшев С. Г., Дымова О. А. Численный анализ мезомасштабных особенностей циркуляции в прибрежной зоне Черного моря // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2013. Т. 49, № 6. С. 655–663. EDN RFWNFH. <https://doi.org/10.7868/S0002351513060035>
16. Demyshev S. G., Dymova O. A. Numerical analysis of the Black Sea currents and mesoscale eddies in 2006 and 2011 // Ocean Dynamics. 2018. Vol. 68, iss. 10. P. 1335–1352. <https://doi.org/10.1007/s10236-018-1200-6>
17. Demyshev S. G., Dymova O. A. Analysis of the annual mean energy cycle of the Black Sea circulation for the climatic, basin-scale and eddy regimes // Ocean Dynamics. 2022. Vol. 72, iss. 3–4. P. 259–278. <https://doi.org/10.1007/s10236-022-01504-0>
18. Demyshev S., Dymova O., Miklashevskaya N. Seasonal variability of the dynamics and energy transport in the Black Sea by simulation data // Water. 2022. Vol. 14, iss. 3. 338. <https://doi.org/10.3390/w14030338>
19. Stanev E. V., Staneva J. V. The impact of the baroclinic eddies and basin oscillations on the transitions between different quasi-stable states of the Black Sea circulation // Journal of Marine Systems. 2000. Vol. 24, iss. 1–2. P. 3–26. [https://doi.org/10.1016/S0924-7963\(99\)00076-7](https://doi.org/10.1016/S0924-7963(99)00076-7)
20. Демьшев С. Г. Численная модель оперативного прогноза течений в Черном море // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 2012. Т. 48, № 1. С. 137–149. EDN OOWHLL
21. The regional weather forecasting system SKIRON: an overview / G. Kallos [et al.] // Proceedings of the International Symposium on Regional Weather Prediction on Parallel Computer Environments (Athens, Greece, 15–17 October 1997). Athens, 1997. P. 109–122.
22. Иванов В. А., Белокопытов В. Н. Океанография Черного моря. Севастополь, 2011. 212 с.
23. Мамаев О. И. Т, S-анализ вод Мирового океана. Л. : Гидрометеиздат, 1970. 364 с.
24. New estimates of the available potential energy in the world ocean / A. H. Oort [et al.] // Journal of Geophysical Research: Oceans. 1989. Vol. 94, iss. C3. P. 3187–3200. <https://doi.org/10.1029/JC094iC03p03187>
25. Thermohaline structure, transport and evolution of the Black Sea eddies from hydrological and satellite data / A. A. Kubryakov [et al.] // Progress in Oceanography. 2018. Vol. 167. P. 44–63. <https://doi.org/10.1016/j.pocean.2018.07.007>

Об авторах:

Демьшев Сергей Германович, главный научный сотрудник, заведующий отделом теории волн, ФГБУН ФИЦ МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), доктор физико-математических наук, **SPIN-код: 1848-2350**, **ORCID ID: 0000-0002-5405-2282**, **ResearcherID: C-1729-2016**, **Scopus Author ID: 57862712800**, demyshev@gmail.com

Дымова Ольга Алексеевна, старший научный сотрудник, отдел теории волн, ФГБУН ФИЦ МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), кандидат физико-математических наук, **SPIN-код: 7565-1082**, **ORCID ID: 0000-0003-4036-2447**, **ResearcherID: P-9669-2015**, olgadym@yahoo.com

Миклашевская Надежда Андриановна, младший научный сотрудник, отдел теории волн, ФГБУН ФИЦ МГИ (299011, Россия, г. Севастополь, ул. Капитанская, д. 2), **SPIN-код: 8476-2604**, **ORCID ID: 0000-0003-2619-343X**, **ResearcherID: P-2167-2017**, nmikl@rambler.ru